



**El Colegio
de la Frontera
Norte**

LA RAPIDEZ DEL PROCESO DE DISFUNCIONALIDAD
Y LA FORMACIÓN DE GRUPOS EN EDADES
AVANZADAS

Tesis presentada por

Miguel Ángel Reyes Cortés

para obtener el grado de

MAESTRO EN DEMOGRAFÍA

Tijuana, B. C.
2006

Agradecimientos

Este trabajo se realizó gracias al apoyo económico, otorgado durante la promoción 2004-2006 de la Maestría en Demografía, del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) así como al invaluable apoyo material y humano de El Colegio de la Frontera Norte (COLEF).

A mis padres. A mi vástago. A mis familiares que apoyaron material y activamente, verbalmente, o con el pensamiento y a la distancia. A una Tetil (obvio sí). A los amigos de siempre, a los amigos de hoy.

A la Gran Explosión. Al lobo de la estepa. A la XXII Feria del Libro de Tijuana, 2004. A la Lagartija del desierto, al Sociópata, a la Ardilla Africana de pies negros, a la *otredad de lo uno* y a las risotadas que caen como monedas pesadas rompiendo el silencio. A la organización social de los chimpancés y la abstracción de los brutos.

Al oscuro vacío. Al desencanto y a la frialdad previa y posterior; al renacimiento.

And I think that I'm losing my mind, emblema sonoro compartido y trazador de una nueva ruta. Al mar de verano de 2005, a *I ain't as good as I once was* y a *Mississippi girl*. Al faro amigo, abridor de caminos, limpiador de espacios llenos de escepticismo petrificado; cincel poderoso que da forma y convence al más necio de los espíritus.

Such a perfect day. Los cristales matutinos de nieve francesa en el invierno. A la brisa de un clima mediterráneo en México, en la costa noroeste, y al loco que se arroja con la aparente ausencia de vibraciones mecánicas en el aire, contemplando su trayectoria. A la sociología del trabajo y la noción de informalidad de la racionalidad económica. A la carencia de suficiente oxígeno en el cerebro y los atracones de comida. A las barditas.

Heartache tonight, Long run. Compañeras imaginarias.

110/70, 8:44p. Dez de nul-twee, tweeduizendzes. Al miedo extremo; la disciplina; la galena-madre-galeno y los polvorones sevillanos. A la sospecha criminal y la reivindicación.

A *Tetlandia*; cohabitante esporádico, residente permanente y la hospitalidad internacionalista. *Mi madre era vienesa*. - L Gruber. *Como un espíritu alegre*, - *El bello danubio azul*. - *Rosas del sur*. - *Sangre vienesa*. Rieu. Al Binary Colloidal Crystal Alloys (BCAT-3), *physics of colloids in space* y la microgravedad. A los sonidos de un agujero negro.

A Faustino, el séptimo. También al primero y al quinto. A la Reserva Magna. Al ataque intenso, preciso, pero con final de boca suave y fugaz. A lo insostenible, la apertura, las rosas encapsuladas y la redefinición. Al *Son huasteco*, en especial al veracruzano y a la más bella y grácil de las espontáneas. Tierra-mestizómano. Tierra-mestizómanos.

Explorer la matière.

A la incertidumbre. A la complejidad.
Hasta nunca. Hasta siempre.
Septiembre, 2006.

Índice general

Resumen	ii
Introducción	iii
1. Marco Teórico.	1
1.1 El crecimiento poblacional.	1
1.2 La teoría de la transición demográfica y epidemiológica.	3
1.3 El envejecimiento poblacional.	5
1.3.1 Cambios en la población por grandes grupos de edad.	9
1.3.2 Distribución de la población en las edades avanzadas.	10
1.3.3 Índice de vejez y edad mediana.	11
1.3.4 Situación del envejecimiento en México.	12
1.4 Aspectos conceptuales sobre el envejecimiento.	13
1.4.1 División de las edades avanzadas.	14
1.5 El concepto de disfuncionalidad y la formación de grupos de edad.	17
2. Metodología.	19
2.1 Fuente de información.	19
2.2 Selección de la información.	20
2.3 Análisis de la información.	22
3. Correlaciones, componentes principales y conglomerados	25
3.1 Prevalencias en la dificultad para realizar las AVD. Comparación entre sexos.	25
3.2 Covarianzas y correlaciones entre la edad y las prevalencias en dificultad en las AVD.	31
3.3 Reducción de la dimensionalidad. Análisis de los componentes principales.	34
3.4 Determinación de grupos homogéneos. Análisis de conglomerados.	40
3.5 Discusión de los resultados.	49
Conclusiones	54
Anexo A	57
A.1 Datos en bruto, datos centrados en edad exacta y ajuste de curvas.	57
Anexo B	70
B.1 Datos estandarizados y no estandarizados.	70
Anexo C	74
C.1 Valores y vectores propios.	74
C.2 Valores y vectores propios de las matrices de correlación.	75
Anexo D	76
D.1 Obtención de Z_1 y Z_2 como el producto interno de dos vectores.	76
Anexo E	79
E.1 Análisis de conglomerados.	79
Bibliografía	83

Resumen

Este trabajo tiene como marco de referencia el envejecimiento poblacional en México, caso particular de un fenómeno mundial. Primeramente, se da una revisión sobre el crecimiento poblacional, producto de la transición demográfica y epidemiológica. Se muestra cómo estas transiciones desembocaron, en los países desarrollados, y están desembocando, en aquellos en desarrollo, en el envejecimiento de su población. Así mismo, se dedican varias secciones a detallar sobre la situación del envejecimiento en el mundo, en particular México, mostrando indicadores que reflejan la evolución de los cambios en la estructura por edad de las diferentes regiones del planeta.

Parte fundamental por la que preocupa el envejecimiento poblacional está relacionada con el envejecimiento individual y las características de éste. Para subrayar tal distinción, se incluye una sección de conceptos sobre el envejecimiento. De igual manera, se expone sobre las divisiones de las edades avanzadas y los criterios sobre los que se sustentan, al tiempo que se propone el criterio de la *rapidez de disfuncionalidad* para la creación de grupos de edad.

Haciendo uso del Estudio Nacional Sobre Salud y envejecimiento en México, ENASEM (2001), se consideró, diferenciando entre sexos, las prevalencias en la dificultad para realizar las *actividades de la vida diaria* (AVD). A partir de éstas, se obtienen ecuaciones de ajuste y valores de prevalencias para edades exactas. Tomando a la edad como una variable más, se aplica el *análisis de los componentes principales* con el objetivo de reducir la dimensionalidad vectorial de la información, con lo cual es posible apreciar el patrón gráfico. Este patrón permite concebir la idea de regiones de puntos de densidad similar, lo cual se traduce, mediante el *análisis de conglomerados*, en diferentes soluciones de grupos de edad en hombres y mujeres.

Introducción

Durante miles de años, el monto de la población humana se comportó de acuerdo a tasas de crecimiento fluctuantes, producto de la inestabilidad de las tasas de natalidad y mortalidad. Hubieron de pasar cerca de 10000 años, desde el inicio estimado de la revolución agrícola en 8000 a.c., para que en 1800 la población alcanzara 1000 millones de habitantes. En contraste, los siguientes 1000 millones de habitantes se alcanzaron tan sólo 130 años después, en 1930. Estas exorbitantes diferencias temporales son indicio inequívoco del control de factores que ponen en riesgo la existencia humana. Es el control de los factores asociados a la mortalidad. Una vez controlados, la población pudo haber crecido, en principio, sin límites. Sin embargo, sobrevino un cambio en el otro factor del crecimiento natural: la fecundidad.

Al reducirse la fecundidad después que la mortalidad, se reduce el crecimiento de la población, el cual tiende a estabilizarse conforme los niveles de mortalidad y fecundidad tienden a converger, ahora en niveles bajos. Pero no sólo eso. El haber transitado por dinámicas en la mortalidad y la fecundidad durante cierto período de tiempo, así como el aumento en la esperanza de vida, trae consigo cambios en la estructura por edad de la población. El fin de la transición demográfica deja como herencia una población donde los viejos tienen mayor presencia en términos absolutos y relativos. La velocidad en la que se dé el envejecimiento poblacional, así como su monto, dependerá del tiempo de la transición.

En la actualidad, se pueden encontrar países que ya han experimentado la transición demográfica. Otros, se encuentran en estados intermedios e incluso incipientes. Consecuentemente, el envejecimiento poblacional tiene diferente presencia en las diversas regiones del mundo.

Los países desarrollados han experimentado el envejecimiento de su población desde hace ya algunas décadas. Ante esto, los estudios médico-biológicos y sociales relacionados con la población en edades avanzadas han estado presentes en estos países como una necesidad para entender el fenómeno del envejecimiento y afrontar sus consecuencias. En los países en desarrollo, donde la población es

esencialmente joven, la presencia de estos estudios es menor. Sin embargo, son estos países los que en un futuro no muy lejano transitarán de una estructura por edad joven a una estructura más envejecida y no sólo eso, sino que el tiempo en el que este proceso se llevará a cabo será mucho menor que aquel que le llevó a los países desarrollados. De esta manera, es clara la necesidad, si no es que deber, de realizar análisis e investigación en las edades avanzadas para afrontar los retos que se avecinan en un tiempo comparativamente muy corto.

Como consecuencia del aumento en la esperanza de vida, cada vez es mayor el número de personas que sobreviven hasta edades avanzadas y muy avanzadas. Esto implica la necesidad de establecer criterios de diferenciación entre este grupo poblacional, dadas sus diferentes características en función de la edad. Una de las características más representativas del envejecimiento, desde el punto de vista biológico, es la *funcionalidad y la salud* de los individuos; desde el punto de vista social, se considera el cambio de *roles de vida y la dependencia* en actividades básicas; ambas en clara relación. En este sentido, se han realizado divisiones de edad considerando estos criterios medidos de diferentes maneras.

En este trabajo, se propone considerar al envejecimiento como un proceso continuo de disfuncionalidad. La disfuncionalidad se asocia a las prevalencias en la dificultad para realizar las actividades de la vida diaria (AVD). Conforme se avanza en la edad, dichas prevalencias también aumentan, situación sobre la que descansa la idea de la continuidad. Al proceso es posible asociarle dos conceptos básicos: la *rapidez* de disfuncionalidad, esto es, la rapidez con la que aumentan las prevalencias, definida como el cambio en la prevalencia por unidad de tiempo, que por lo general se considera un año. El otro concepto es la *aceleración*, definido como el cambio en la rapidez de disfuncionalidad. El objetivo es formar grupos de edad en las edades avanzadas a partir de estos dos conceptos. Al interior de cada grupo, deberá ser posible establecer una rapidez de disfuncionalidad propia.

La fuente de datos considerada es la del Estudio Nacional sobre Salud y Envejecimiento en México, ENASEM 2001. Esta es una muestra representativa a nivel nacional de personas mayores de

50 años, y contiene una amplia gama de información sobre factores asociados al proceso de envejecimiento en México. Particularmente, se utilizará la información relacionada con la *funcionalidad y ayuda*, haciendo diferencia en la información por sexos.

Para lograr la formación de grupos de edad, se hará uso de diferentes herramientas de la estadística multivariada. El análisis de los componentes principales permitirá la reducción de la dimensión vectorial de los datos, haciendo visible el patrón gráfico formado por la nube de puntos de las diferentes prevalencias, junto con la edad. Por otra parte, considerando las diferentes regiones de densidad en el patrón gráfico de dimensionalidad reducida, el análisis de conglomerados permitirá obtener diferentes soluciones respecto al número de conglomerados, lo que se traduce en diferentes soluciones del número de grupos de edad.

La originalidad de este trabajo radica en la propuesta del concepto de *aceleración y rapidez* del proceso de disfuncionalidad, así como su utilización para la creación de grupos de edad en las edades avanzadas. Si bien otros trabajos han establecido divisiones de la edad avanzada, éstos se han basado en mediciones del grado de dependencia, salud y funcionalidad en los individuos mayores, mas no han abordado el problema ni con los conceptos ni con las herramientas estadístico-matemáticas que aquí se proponen.

El primer capítulo hace una revisión del crecimiento poblacional y su asociación, desde hace un par de siglos, a la transición demográfica; se muestra también una serie de indicadores que reflejan la evolución de la estructura por edad en las diferentes regiones de desarrollo, con lo cual se confirma que ambas regiones se encuentran en diferentes condiciones de envejecimiento poblacional. Se incluye una sección para dar cuenta de la transición demográfica en México, así como algunos indicadores de fecundidad, mortalidad (esperanza de vida), índice de vejez y edad mediana, que permiten apreciar la evolución pasada y los pronósticos para los próximos años respecto a su estructura por edad, dejando ver la necesidad de realizar estudios referentes al envejecimiento poblacional. Los conceptos que diferencian el envejecimiento individual del envejecimiento poblacional se encuentran en la última parte de este capítulo, y se trata también sobre las divisiones de edad en las edades avanzadas.

El segundo capítulo detalla la metodología a utilizar, desde la fuente de información hasta las herramientas estadísticas y matemáticas para lograr el propósito de esta investigación. El tercer capítulo contiene el análisis y tratamiento de la información, así como algunos conceptos matemáticos sobre los cuales se basan los criterios utilizados. Al final, se incluye una sección donde se discuten los resultados.

El último apartado contiene las conclusiones, el conocimiento generado, las aportaciones y los nuevos caminos que podría abrir en la investigación del proceso de envejecimiento. Adicionalmente, se incluyen varios anexos en donde se puede observar con mayor detalle el origen de los datos, así como mayores detalles en algunas de las técnicas multivariadas utilizadas.

Capítulo 1

Marco Teórico

Este capítulo expone el crecimiento de la población mundial, diferenciando por regiones de desarrollo, mostrando a la transición demográfica y epidemiológica como sus factores subyacentes. Se incluyen algunos indicadores de la población que permiten apreciar el envejecimiento poblacional mediante el cambio en la estructura por edad en las diferentes regiones de desarrollo, dedicándose una sección para el caso mexicano. Se incluye también una sección de conceptos sobre el envejecimiento individual y se pone de manifiesto la necesidad de definir y subdividir las edades avanzadas.

1.1 El Crecimiento Poblacional

Uno de los fenómenos más trascendentales para la humanidad, ha sido el cambio en la rapidez de crecimiento de su población. Al respecto, es posible identificar dos momentos de gran importancia: la Revolución Agrícola y la Revolución Industrial.

La Revolución Agrícola (8000 a.c. aprox.) trajo consigo condiciones que propiciaron crecimiento poblacional al establecerse grupos humanos en granjas comunitarias, lo cual mejoró la eficiencia en el suministro de alimentos (Weeks, 2002). Las tasas de mortalidad se vieron disminuidas al tiempo que la fecundidad se mantuvo elevada, provocando con esto que la tasa de crecimiento poblacional fuera en aumento sostenido durante los próximos milenios, aunque con una magnitud considerablemente pequeña.¹

Después del año 0, los valores de la tasa de crecimiento poblacional fueron bastante inestables debido a las fluctuantes tasas de mortalidad ocasionadas ya sea por frecuentes epidemias y plagas que diezmaron a la población o por invasiones o guerras. Sin embargo, ya desde 1650 algunos avances en la medicina contribuyeron a disminuir la mortalidad y a incrementar el tiempo de vida de las personas

¹ Se estima que del 8000 a.c al año 0, la población humana pasó de 4 a 211 millones, siendo la tasa de crecimiento anual promedio de los últimos 500 años de sólo 0.15%, con un tiempo de duplicación de 463 años (Weeks, 2002), pp 8, Cuadro 1.1.

(Plane, Rogerson, 1994); así, a mediados del siglo XVIII la población mundial comenzaba a acercarse a mil millones. Alrededor de 1750 comienza a darse un nuevo descenso en la mortalidad, asociado a la Revolución Industrial. El descenso de la mortalidad en los países más desarrollados, básicamente Europa y Norteamérica, fue, en primera instancia, producto de los efectos del desarrollo económico que experimentaron y la consecuente elevación de los estándares de vida. Una o dos generaciones más tarde, después de que hubiera iniciado el descenso notable en la mortalidad, la fecundidad también comenzó a disminuir (Weeks, 2002).

Posteriormente a 1900, la mortalidad continuó experimentando nuevos descensos debidos a los adelantos que se obtuvieron en la tecnología médica, particularmente en el descubrimiento de vacunas contra ciertas enfermedades infecciosas. Sin embargo, la tecnología médica y de salud pública estuvo disponible prácticamente para todos los países del mundo, independientemente de su nivel de desarrollo económico, a partir de la Segunda Guerra Mundial. Es así como comienza una importante reducción en los niveles de la mortalidad en los países menos desarrollados que, manteniendo sus niveles de fecundidad tradicionales, resultó en un crecimiento poblacional mucho más pronunciado que el sucedido dos siglos antes en los países desarrollados.

Cuadro 1.1 Años en que la población mundial aumentó mil millones de habitantes.

Año	Población aproximada en millones	Años necesarios para haber acumulado mil millones más de habitantes
-10000	Entre 1 y 10	
1800	1000	Más de 11000
1930	2000	130
1960	3000	30
1975	4000	15
1987	5000	12
1999	6000	12

Fuente: Historical Estimates of World Population (US Census Bureau, 2005). Los datos de 1960 a 1999 se obtuvieron de The World Population Prospects: The 2004 Revision (United Nations, 2005).

Hasta antes de 1930, fueron Europa y Norteamérica las regiones del mundo con mayores tasas de crecimiento poblacional; después de esta fecha, estas regiones se sitúan entre las de menor crecimiento, siendo ahora las regiones menos desarrolladas, como algunas regiones asiáticas, Latinoamérica y África, las responsables de la mayor parte del incremento en la población (Weeks, 2002). Aunque estos países comenzaron algunas décadas después a controlar su fecundidad, a finales del siglo XX les correspondía

cerca del 80% de la población mundial.² El cuadro 1.1 ilustra sobre la evolución de la población en el mundo y el tiempo que le ha llevado alcanzar cada mil millones de habitantes.

1.2 La teoría de la transición demográfica y epidemiológica.

El proceso descrito anteriormente sobre el descenso de altos a bajos niveles de mortalidad y fecundidad, siendo primero el de la mortalidad, se conoce como *Transición Demográfica* (TD). Prácticamente todas las naciones del mundo han experimentado este proceso de cambio de sociedades agrícolas tradicionales a sociedades urbanas junto con los cambios económicos y sociales que ello implica, aunque de manera y en tiempos muy diferentes.

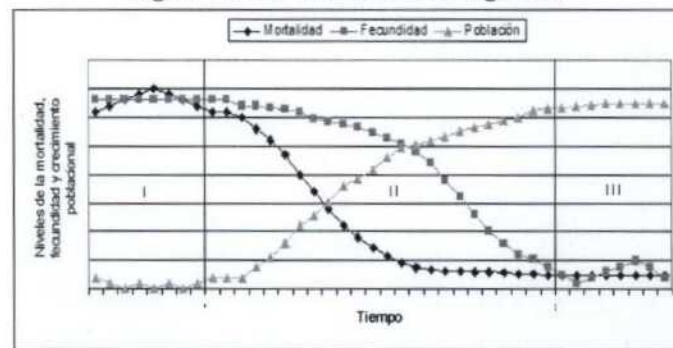
La TD comenzó como una descripción de los cambios demográficos que ocurrieron en las naciones avanzadas. La idea surgió en 1929, cuando Warren Thompson observó que era posible clasificar a los distintos países en tres grupos principales de acuerdo a sus patrones de crecimiento poblacional. Thompson clasificó a los países del norte y oeste de Europa, junto con Norteamérica, en el *Grupo A*; desde los últimos años del siglo XIX hasta la década de 1920, estas regiones pasaron de altas a bajas tasas de crecimiento natural y se esperaba que pronto su población se convirtiera en estacionaria, al tiempo que empezaría a disminuir en cantidad. En el *Grupo B*, clasificó a Italia, España y los pueblos eslavos de Europa central; en estos países, disminuían tanto las tasas de fecundidad como las de mortalidad y era probable que la mortalidad siguiera disminuyendo incluso más rápido que la fecundidad por algún tiempo más. La condición de estos países era similar a la que había existido en los países del grupo *A* décadas atrás. En el *Grupo C*, clasificó al resto del mundo, observando que había poca evidencia de control tanto en la fecundidad como en la mortalidad (Weeks, 2002) (Thompson, 1929).³

² En el año 2000, de los casi 6086 millones de habitantes en el planeta, el 80.4% correspondía a los países menos desarrollados y sólo el 19.6% restante a los países desarrollados (United Nations, 2005).

³ En 1945, Frank Notestein retomó la idea de Thompson asignándole nombres formales a aquellos grupos que aquél había denominado mediante letras. Le llamó al grupo A, *declinación incipiente*; al grupo B, *crecimiento transicional*; y al grupo C, *alto crecimiento potencial*. En ese mismo año, Kingsley Davis publicó *World Population in Transition*, volumen en el que el artículo principal se tituló "The Demographic Transition" y en el que el término de *explosión demográfica*, aludido por Davis, se refiere a la fase que Notestein había llamado *crecimiento transicional*. Surge así el término *transición demográfica*, que se refiere al paso de altas a bajas tasas de fecundidad y mortalidad, siendo el descenso de esta última anterior a la primera, pasando de la fase de alto crecimiento potencial a la de declinación incipiente. (Weeks, 2002) (Notestein, 1945) (Davis, 1945).

La figura 1.1 muestra las tres etapas de la TD. En la primera (I), asociada al *alto crecimiento potencial*, la mortalidad y fecundidad permanecen elevadas y el crecimiento poblacional es prácticamente nulo. Puede observarse también que la mortalidad es algo fluctuante, situación propia del llamado régimen *tradicional*. En la segunda etapa (II) se puede observar que la mortalidad desciende primero que la fecundidad, provocando con esta diferencia, y durante toda la segunda fase, un crecimiento poblacional acelerado y sostenido.

Figura 1.1 La Transición Demográfica.



Fuente: Elaboración propia.

Al acercarse el término de la segunda fase, se observa también que los niveles de fecundidad han descendido y tienden a estabilizarse en niveles bajos, tal como la mortalidad. Del mismo modo, casi al término de la segunda fase la población crece ahora de manera menos acelerada y próxima a estabilizarse en cierto nivel. En la tercera etapa (III) se puede observar que tanto la mortalidad como la fecundidad se han establecido en niveles bajos y prácticamente ya no hay crecimiento poblacional. Ahora, a diferencia de la fase I, es la fecundidad la que puede oscilar alrededor de ciertos valores, pudiéndose dar incluso la llamada *declinación incipiente* de la población.

Se observa que a la TD le subyacen *cambios* en la mortalidad. La teoría que da cuenta de dichos cambios es la Teoría de la *Transición Epidemiológica* (TE), formulada inicialmente por Omran en 1971 (Omran, 1971). En ésta, la evolución histórica de la mortalidad está caracterizada por tres fases cuyos nombres son alusivos a la causa de muerte dominante en cada caso. Dichas fases son: la *edad de la peste y el hambre*, la *edad de las pandemias retraídas* y la *edad de enfermedades degenerativas y las causadas por los humanos*.

Esta teoría postula la transición de un patrón de causas de muerte, dominado por enfermedades infecciosas y con muy alta mortalidad principalmente en las edades jóvenes, a un patrón dominado por las enfermedades degenerativas y crónicas provocadas, en gran parte, por la acción humana. Existen tres modelos básicos de transición epidemiológica; estos son: *El modelo clásico u oeste*, que describe la transición ocurrida en las sociedades occidentales,⁴ el *modelo acelerado*, que da cuenta fundamentalmente de las transiciones de la mortalidad ocurridas en Japón, Europa del Este y la antigua Unión Soviética,⁵ y el *modelo tardío*, que describe los cambios observados en la mayor parte de los países en vías de desarrollo, en los cuales la mortalidad empezó a bajar drásticamente a partir de la segunda guerra mundial.⁶

Es de esperarse que ocurran cambios en el perfil de la población como consecuencia del cambio en las variables demográficas *mortalidad* y *natalidad*, esta última emparentada estrechamente con la fecundidad. Aunado a los cambios económicos y sociales que han acompañado a la TD y TE, existen también cambios en la estructura por edad. Adicionalmente, los mencionados cambios en los niveles de mortalidad impactan directamente en el tiempo estimado que pueden llegar a vivir. En otras palabras, los cambios en la mortalidad han implicado también cambios en la *esperanza de vida*. La combinación de los cambios en la fecundidad y de los cambios en la esperanza de vida, dan origen a una situación muy peculiar de las poblaciones modernas.

1.3 El envejecimiento de la población.

Consecuencia directa de la TD es el envejecimiento de la población. Este proceso se da mediante un cambio en la distribución por edad, a saber, el aumento en la proporción de las personas mayores.

⁴ Hace referencia a finales del siglo XVIII y principios del siglo XIX. En dichas sociedades, el descenso de la mortalidad fue gradual y ocurrió debido a mejoras en los aspectos sociales, económicos e incluso ambientales, los cuales constituyeron el complejo proceso de la modernización. En las primeras etapas, el descenso de la mortalidad se relacionó muy débilmente con avances médicos, contrastando con el fuerte vínculo que tuvo con el progreso médico en los inicios del siglo XX. Así mismo, el descenso de la fecundidad también se dio de manera gradual, provocado por los cambios sociales ocurridos en tales sociedades. Aunque cabe la posibilidad de que algunas reducciones de la mortalidad pudieran haber ocurrido tiempo antes, en la Europa Occidental éstas se identifican a fines del siglo XVIII y la primera mitad del siglo XIX. En las primeras etapas, la elevación del ingreso contribuyó a la reducción de la mortalidad; sin embargo, el desarrollo del Estado moderno fue decisivo debido a la evolución positiva de ciertos servicios públicos y a su influencia sobre la mortalidad (Vera, 1999).

⁵ Inicialmente, la transición de la mortalidad estuvo determinada socialmente, pero se vio beneficiada por la revolución médica.

⁶ El descenso de la fecundidad de los países que se ajustan a este modelo ha sido considerablemente tardío, comenzando aproximadamente a partir de la década de 1960 debido al impulso del control natal. Omran se refiere a este modelo como *predominantemente médico* para distinguirlo del modelo clásico, que fue determinado, en principio, socialmente (Omran, 1977).

De acuerdo con Chesnais (Chesnais, 1990), se identifican cuatro etapas en la evolución de la estructura por edad de una población, asociadas a las etapas de la transición demográfica. La primera corresponde al descenso de la mortalidad manteniéndose la alta fecundidad. Puesto que la baja de la mortalidad ocurre principalmente a edades tempranas, el efecto es equivalente al de un aumento en la fecundidad, por lo cual se rejuvenece la población. La segunda etapa corresponde al descenso más acelerado de la fecundidad que de la mortalidad, con lo que ocurre un envejecimiento de la población por la base de la pirámide, ya que ésta se contrae. La tercera etapa se distingue porque la base de la pirámide es estrecha mientras las edades centrales se ven abultadas debido a la reciente alta fecundidad; sin embargo, aún no se observa un porcentaje importante de aquellos en las edades más avanzadas. La cuarta etapa ocurre cuando la fecundidad ya es muy baja y la principal disminución de la mortalidad se da en las edades más avanzadas; es entonces cuando el proceso de envejecimiento es más notorio y acelerado.

Para mostrar el grado de envejecimiento de una población, se utilizan diferentes indicadores. Algunos de éstos son el porcentaje de mayores de 60 años con respecto a la población total (indicador clásico), la edad mediana, y el índice de vejez de la población, definido este último como el cociente de mayores de 60 años sobre aquellos menores de 15 años.

Para el análisis general, divídase a los diferentes países en grandes regiones: los más desarrollados (+d) y los menos desarrollados (-d). El grupo (-d) lo componen África, Asia (excluyendo Japón), Latinoamérica y el Caribe, Oceanía (excluyendo Australia y Nueva Zelanda). El grupo (+d) lo componen Norteamérica (EU y Canadá), Europa, Japón, Australia y Nueva Zelanda.⁷

Cuadro 1.2. Tasa Global de Fecundidad para diferentes regiones del planeta, en diferentes períodos.⁸

Región	1950-1955	1975-1980	2000-2005	2025-2030	2045-2050
Mundo	5.0	3.9	2.7	2.3	2.1
Desarrollados	2.8	1.9	1.5	1.7	1.9
En desarrollo	6.2	4.6	2.9	2.4	2.2
MM desarrollados	6.6	6.4	5.2	3.6	2.5

Fuente: Elaboración propia con los datos disponibles en World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

⁷ Convención de Naciones Unidas. Véase "Sources, Methods and Classifications", así como el Anexo II de: *World Population Ageing. 1950 - 2050* (United Nations, 2001).

⁸ MM desarrollados se refiere a la región de países *mucho menos desarrollados*.

Como ya se ha expuesto, la disminución de la fecundidad es uno de los factores determinantes del envejecimiento poblacional. Considerando uno de sus indicadores, la *Tasa Global de Fecundidad* (TGF), podemos darnos cuenta de los cambios sucedidos en esta variable demográfica.

En la segunda mitad del siglo XX, la TGF decreció mundialmente de 5.0 a 2.7. Se espera que durante los primeros 50 años del siglo XXI, ésta llegue a establecerse al nivel de reemplazo, es decir, 2.1. Sin embargo, existen diferencias entre las distintas regiones del mundo en cuanto a los valores de este indicador de la fecundidad. Aquellos (+d) experimentaron un descenso sostenido de su TGF durante todo el siglo XX. El valor promedio de dicho indicador descendió de un valor de 2.8, en el período de 1950-1955, a 1.5 para el período 2000-2005. Al presente, la TGF se encuentra por debajo del nivel de reemplazo en prácticamente todas estas naciones, estando algunas incluso por debajo de 1.3 (United Nations, 2001). Por su parte, en los últimos 30 años los países (-d) han experimentado cambios considerablemente mayores en su TGF a aquellos ocurridos en los países avanzados. La TGF promedio para estos países descendió de 6.2, en el período 1950-1955, a 2.9 para el período 2000-2005. Aún con esto, persisten grandes diferencias entre ellos. Incluso, en regiones que podríamos llamar *mucho menos desarrolladas*⁹ (-md), podemos encontrar valores de la TGF por encima de 5.0.¹⁰ En contraste, hay países en el Asia Central y del Sur, América del Sur y el Caribe, con TGF's cercanas a 2.5. Se espera que en las próximas décadas la TGF de las diferentes regiones converja hacia el nivel de reemplazo; las regiones menos desarrolladas acercándose desde valores superiores y las regiones más desarrolladas elevando su actual TGF (United Nations, 2001).

El descenso de la mortalidad, especialmente en las edades avanzadas, ha cobrado una creciente importancia en el envejecimiento poblacional. En las últimas cinco décadas, la esperanza de vida al nacer (e_0) se ha incrementado en todo el planeta en aproximadamente 20 años; de casi 46 años en el periodo 1950-1955 a 66 en 2000-2005. No obstante, hay diferencias entre las distintas regiones, incluso, dentro de

⁹Convención de Naciones Unidas. Véase "Sources, Methods and Classifications", así como el Anexo II de: *World Population Ageing. 1950 – 2050* (United Nations, 2001).

¹⁰ Es el caso de África del Este, Oeste y Central, así como algunas regiones de Asia y algunos países de Oceanía (en la Melanesia, Polinesia y Micronesia), zonas en las que actualmente la TGF se ubica en 5.3

los mismos países (-d). En el cuadro 1.3 se pueden apreciar los cambios que han ocurrido en la e_0 de la población mundial en sus diferentes regiones.¹¹ En los últimos 50 años, la e_0 en los países (+d) aumentó 9.4 años, mientras que en los países (-d) y (-md), el aumento fue de 23.1 y 15.9 años, respectivamente. En el próximo medio siglo se espera que este indicador aumente en estas regiones en 6.5, 10.9 y 18.3 años, respectivamente.

Cuadro 1.3. Esperanza de vida al nacer para diferentes regiones del planeta, en diferentes períodos.

Región	1950-1955	1975-1980	2000-2005	2025-2030	2045-2050
Mundo	46.5	59.8	66.0	72.4	76.0
Desarrollados	66.2	72.3	75.6	80.0	82.1
En desarrollo	41.0	56.8	64.1	70.9	75.0
MM desarrollados	35.5	45.3	51.4	62.8	69.7

Fuente: Elaboración propia con los datos disponibles en World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

Si se considera la mortalidad actual en el mundo, prácticamente 3 de cada 4 recién nacidos llegarán a los 60 años, y casi 1 de cada 3 a los 80 años. Bajo las condiciones de mortalidad que se esperan para mediados del siglo XXI, 7 de cada 8 recién nacidos llegarán a los 60 años y más de la mitad a los 80 años. Además, una vez llegados a las edades avanzadas tendrán cada vez más posibilidades de vivir más años (United Nations, 2001).

El cuadro 1.4 muestra los cambios que se esperan en los próximos 50 años en cuanto a la esperanza de vida a la edad de 60 (e_{60}) y 80 (e_{80}) años.

Cuadro 1.4. Esperanza de vida a la edad 60 y 80 años, para diferentes regiones del planeta, en diferentes períodos.

Región	2000-2005		2025-2030		2045-2050	
	60+	80+	60+	80+	60+	80+
Mundo	18.8	7.2	21.0	8.2	22.2	8.8
Desarrollados	20.8	8.2	23.3	9.6	24.7	10.4
En desarrollo	17.7	6.4	20.0	7.4	21.5	8.2
MM desarrollados	15.8	5.7	17.9	6.3	19.5	6.9

Fuente: Elaboración propia con los datos disponibles en World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

Se espera que en los países (+d), la e_{60} y e_{80} aumente en 19 % y 27 %, respectivamente. En los países (-d), se esperan aumentos de 21 % y 28 %, mientras que en los (-md), 24 % y 21 %, respectivamente. Sobresale que en el caso de los países (+d) y (-d), el mayor aumento en la esperanza de

¹¹ Salvo algunos países, en donde factores culturales influyen negativamente en la e_0 femenina, prácticamente en todos ha sido mayor la reducción de la mortalidad entre las mujeres que entre los hombres. En las últimas cinco décadas, la diferencia en la e_0 de hombres y mujeres aumentó de 2.7 a 4.2 años a favor de ellas. En los próximos cincuenta años, se espera que esta diferencia aumente a 4.8 años. Sin embargo, existen diferencias entre regiones, ya que en los países (+d), donde actualmente la diferencia en e_0 entre sexos es de 7.4, se espera se reduzca a casi 6 años. Es entonces en los países (-d) donde se espera que la diferencia en estos indicadores se incremente (United Nations, 2001).

vida en las edades avanzadas ocurre entre los más viejos; en el caso de los países (-md), si bien el aumento que se espera entre los más viejos es un poco menor a la que se espera a los 60 años, aún así, ambos aumentos están por encima de 20 %.

1.3.1 Cambios en la población por grandes grupos de edad. El siguiente cuadro permite apreciar los cambios ocurridos en la estructura por edad de las diferentes regiones de desarrollo.

Cuadro 1.5 Evolución del porcentaje de la población por grandes grupos de edad, según regiones.

Grupos de edad	Países más desarrollados				
	1950	1975	2000	2025	2050
0-14	27.3	24.2	18.3	15.0	15.5
15-59	60.9	60.4	62.3	56.8	51.0
60+	11.7	15.4	19.4	28.2	33.5

Grupos de edad	Países menos desarrollados				
	1950	1975	2000	2025	2050
0-14	37.6	41.1	32.8	26.0	21.8
15-59	56.0	52.7	59.5	61.4	59.0
60+	6.4	6.2	7.7	12.6	19.3

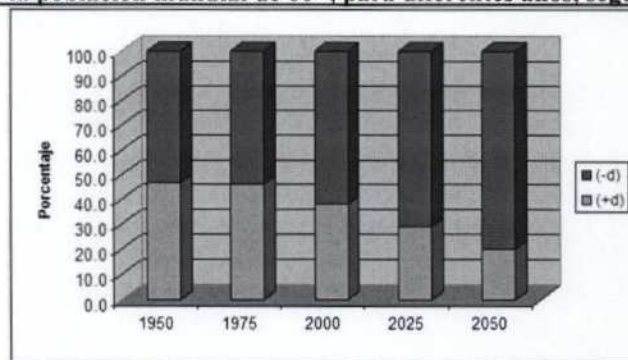
Fuente: Elaboración propia con los datos disponibles en World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

De 1950 a 2000, el grupo de edad más joven perdió presencia en la población de los países más desarrollados; el grupo intermedio se mantuvo en alrededor del 61 %, mientras que los mayores aumentaron su presencia en casi 8 puntos porcentuales. Se espera que en los próximos 50 años el grupo más joven siga perdiendo presencia al igual que el grupo intermedio, al tiempo que el grupo más avanzado de edad cobrará una importancia tal, que proporcionalmente habrá más de éstos que de los más jóvenes –casi 1 de cada 6 será menor de 15 años, mientras 1 de cada 3 será mayor de 60 años-. En los países (-d), al encontrarse en estadios más atrasados de la TD con respecto de los (+d), la proporción de personas mayores ha sido considerablemente menor; incluso, se prevé que así siga siendo en los próximos años. Sin embargo, como puede observarse en el cuadro 1.5, la tendencia en estos países también consiste en la ganancia de porcentaje del grupo de mayor edad. Simplificando, en 2000 se tenía que 2 de cada 25 eran mayores de 60 años. En 2050, se espera que sean 2 de cada 10, por lo que habrá prácticamente el mismo número de jóvenes que de viejos.¹²

¹² Actualmente, Europa es la región con la mayor proporción de personas mayores y se prevé que lo siga siendo en los próximos años. De 20% de personas mayores de 60 años en 2000, pasará a casi 37% en 2050. Por su parte, se prevé que África, la más atrasada en la TD, posea en 2050 10% de su población en edades superiores a los 60 años, siendo que en 2000, tenía solamente 5% en tal condición (United Nations, 2001).

1.3.2 Distribución de la población en las edades avanzadas. Si bien se ha señalado que los países (+d) tendrán un porcentaje mayor de su población en edad avanzada que los países (-d), estos últimos han tenido tasas de crecimiento poblacional mayores a la de los primeros, así como poblaciones mucho más numerosas. Así, a pesar de tener menos porcentaje de su población en edades avanzadas, éstos han poseído y poseerán, en números absolutos, la mayor parte del total de las personas mayores en el planeta. Puede observarse que por lo menos desde 1950 a la fecha, los países (-d) han tenido consigo la mayor parte de los adultos mayores. En 1950, de 205.4 millones de personas mayores de 60 años en el mundo, 53.5 % le correspondía a los países (-d). Para 2000, de 605.8 millones de personas, 61.8 % le correspondía a estos países. Para 2050, se espera que de 1963.8 millones de mayores de 60 años –es decir, casi 2000 millones de personas-, 79.9 % correspondan a las regiones (-d).¹³

Gráfica 1.1. Porcentaje de la población mundial de 60+, para diferentes años, según región de desarrollo.



Fuente: Elaboración propia con datos de World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

Un aspecto notable del envejecimiento que están experimentando las diferentes regiones de desarrollo, es el envejecimiento de su misma población en edades avanzadas, apreciable en el cuadro 1.6.

Cuadro 1.6 Porcentaje de la población mayor de 60+, según subgrupo de edad, para diferentes años y regiones de desarrollo.

Grupos de edad		1950		2000		2050	
		(+d)	(-d)	(+d)	(-d)	(+d)	(-d)
60+	60-79	91.5	95.3	84.0	90.9	71.3	82.9
	80+	8.5	4.7	16.0	9.1	28.7	17.1

Fuente: Cálculos propios a partir de los datos disponibles en World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

Por su parte, los países (-d) han visto aumentar su porcentaje de personas de 80+, aunque siempre por debajo de aquellos (+d). Aún así, la tendencia es clara. En 1950, 1 de cada 20 mayores de 60 años

¹³ Las cantidades correspondiente a la población mundial de 60+, en los diferentes años, son cálculos propios efectuados con los datos disponibles en World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

tenía más de 80. Para 2000, la proporción cambió a 1 de cada 10. Para 2050, la tendencia indica que esta proporción se estará acercando a 1 de cada 5. Así, se espera que en 2050 el porcentaje de mayores de 80 años los países (-d) sea muy similar al que presentaban los países (+d) en 2000.

Otro de los aspectos del envejecimiento que merece mencionarse es el aumento generalizado del número de *centenarios*; es decir, aquellos que llegan a la edad de 100 o más años. En realidad, si comparamos a la población de centenarios con la población total, éstos conforman una proporción mínima. No obstante, lo que es de llamar la atención es la rapidez de crecimiento de éstos. Se espera que de 2000 a 2050, el número de centenarios aumente en el planeta 18 veces; de 180000 en 2000, a poco más de 3 millones en 2050. Actualmente, la mayor parte de los centenarios vive en los países (+d) (cerca de 80 %); para 2050 se espera que este porcentaje disminuya a casi 70 % (United Nations, 2001).

1.3.3 Índice de vejez y edad mediana. Otros indicadores propios para apreciar el envejecimiento de la población son el *índice de vejez (iv)* y la *edad mediana (em)*. En ambas regiones de análisis, el *iv* se comporta de manera ascendente. De 1950 a 2000, los países (+d) vieron multiplicar por 2.5 su índice de vejez y se espera que en 2050 se vea duplicado con respecto al valor estimado en 2000. Con respecto a la *em*, ésta aumentó en un factor de 1.3, estableciéndose en 37.4 años. Para 2050, se estima que alcance 46.4 años; es decir, la mitad de la población de las naciones (+d), en su conjunto, será mayor a 46.4 años. Por su parte, la naciones (-d) también muestran un aumento de su *iv* y *em*, aunque los cambios no son de las mismas proporciones.

Cuadro 1.7. Índice de vejez y edad mediana en diferentes años, según región de desarrollo.

Indicador	1950		2000		2050	
	(+d)	(-d)	(+d)	(-d)	(+d)	(-d)
<i>iv</i>	42.9	17.2	106.2	23.4	215.3	88.6
<i>em</i>	28.6	21.4	37.4	24.3	46.4	35.0

Fuente: Elaboración propia con los datos disponibles en World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

De un valor de 17.2 en 1950, en 2000 se tenían 23 personas de 60+ por cada 100 menores de 15 años; se espera que este valor prácticamente se cuadruple, estableciéndose en 2050 en un valor de 89. Así mismo, la *em*, que tan sólo aumentó en 3.1 años de 1950 a 2000, se espera que aumente en más de 10

años para 2050, teniéndose así que, en su conjunto, los países (-d) tendrán a la mitad de su población con más de 35 años.¹⁴

1.3.4 Situación del envejecimiento en México. Producto de políticas pronatalistas, de mejoras en la cobertura de servicios de salud y la importación de medicinas después de la segunda guerra mundial, la población mexicana experimentó un alto crecimiento demográfico, principalmente en el período de 1950 a 1970, con tasas de crecimiento que se encuentran entre las más altas observadas en la historia de la humanidad¹⁵. Al igual que muchos países en desarrollo, México inició el proceso de transición demográfica durante el siglo XX. Después de la Revolución Mexicana, en 1921, sucedió la primera etapa de la transición demográfica, con tasas de mortalidad descendentes y tasas de natalidad estables, antes de 1945, y ascendentes de 1945 a 1960. La segunda fase se ubica a partir de 1970, acentuándose el descenso de la fecundidad comenzado algunos años atrás. La tercera etapa de la transición está por venir, cuando converjan los niveles de mortalidad y fecundidad (Partida, 2004).

Comparado con el tiempo que les llevó a los países desarrollados, la población mexicana envejecerá en un tiempo mucho menor. Puede observarse en los cuadros 1.8 y 1.9 la relación entre la disminución de la fecundidad, los cambios en la mortalidad expresados mediante el aumento en la esperanza de vida a diferentes edades y el consecuente envejecimiento de la población.

Cuadro 1.8. Tasa global de fecundidad, esperanza de vida al nacer, a la edad 60 y 80, para diferentes periodos. México.

Indicador	1950-1955	1975-1980	2000-2005	2025-2030	2045-2050
TGF	6.9	5.3	2.5	2.1	2.1
eo	50.6	65.1	73.0	76.7	78.8
eso	"	"	20.9	22.4	23.3
ees	"	"	7.9	8.5	8.9

Fuente: Elaboración propia. World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

Cuadro 1.9 Índice de vejez y edad mediana para diferentes años. México.

Indicador	1950	1975	2000	2025	2050
iv	16.9	12.2	20.9	58.2	126.2
em	19.1	16.7	23.3	32.5	39.5

Fuente: Elaboración propia. World Population Ageing, 1950-2050 (United Nations, 2001).

¹⁴ Actualmente, Europa es el continente con mayor *iv*. Para 2000, se estimó su valor en 116, contrastando con el *iv* africano cuyo valor fue prácticamente 10 veces menor. Para 2050, se espera que áreas como Asia, Latinoamérica y el Caribe, vean multiplicar su *iv* en un factor incluso mayor a 4, lo cual da una idea de la rapidez de su proceso de envejecimiento. De cualquier modo, se espera que Europa siga siendo la región de mayor *iv*, con un valor de 263, mientras que África seguirá siendo la región con menor *iv*, estimado en 37 (United Nations, 2001).

¹⁵ Tasas superiores a 3 %.

La tasa global de fecundidad ha venido en constante descenso y se espera que se establezca en el nivel de reemplazo para el período 2025-2030.¹⁶ Al mismo tiempo, es notable el aumento en la esperanza de vida, producto del descenso en la mortalidad en general. En la segunda mitad del siglo pasado, la esperanza de vida al nacer aumentó casi 23 años y se proyecta que en los próximos cincuenta años aumente cerca de 6. Las estimaciones indican que la esperanza de vida a la edad 60 y 80 tenga una tendencia igualmente ascendente. Paralelamente, se observa que el índice de vejez ha ido en aumento salvo la disminución de 1950 a 1975, producto del aumento de los niveles de fecundidad. Sin embargo, desde entonces ha ido en ascenso pronunciado, esperándose que para 2050 haya más personas mayores de 60 años que menores de 15. La edad mediana ha tenido un comportamiento similar al del índice de vejez, mostrando un descenso en el mismo período que éste último y un aumento permanente posterior. De 23 años, en 2000, pasará a casi 33 en 2030 y a casi 40 para 2050. Débese notar de la comparación de los cuadros 1.7 y 1.9 que hasta antes de 2000, México mostraba valores inferiores del índice de vejez y de la edad mediana comparados con la media de los países en desarrollo; sin embargo, se espera que después de 2000 se encuentre por encima de éstos, lo cual demuestra la particular rapidez de su proceso de envejecimiento.¹⁷

1.4 Aspectos conceptuales sobre el envejecimiento.

El envejecimiento es un proceso que determina una pérdida progresiva en la capacidad de adaptación en los individuos (Hoyl, 2000). Así, desde el punto de vista *biológico*, se considera *vieja* a la persona que está en la etapa final de la vida, en donde este proceso se vuelve más acelerado. En este sentido, decimos que el envejecimiento es un proceso *universal* (propio de todos los seres vivos), *irreversible* (es progresivo y sin retorno), *heterogéneo e individual* (cada especie tiene una velocidad propia de envejecer, pero la velocidad de declinación funcional varía de sujeto a sujeto), *deletéreo* (destrutivo; lleva a una pérdida progresiva de las

¹⁶ Existen diferentes hipótesis al respecto. El Consejo Nacional de Población (CONAPO), basa sus proyecciones considerando que el nivel de reemplazo se ha alcanzado en 2005 y que a partir de 2030 se mantendrá constante por debajo de éste, en 1.85 (Partida, 2004).

¹⁷ Pese a que CONAPO y Naciones Unidas, en su división de población, utilizan diferentes hipótesis y escenarios en las proyecciones, ambas fuentes coinciden en que el proceso de envejecimiento en México se reducirá en los próximos 50 años.

funciones, a diferencia del proceso de crecimiento y desarrollo), e *intrínseco* (ocurre incluso con la modificación de factores ambientales).¹⁸

La mencionada pérdida en la capacidad de adaptación no sólo se refiere al aspecto meramente fisiológico, sino que es posible distinguir dos dimensiones más (Birren, Cunningham, 1985): la dimensión *psicológica*, que hace referencia al nivel de funcionalidad de habilidades tales como memoria, inteligencia, emociones, motivación, autoestima, control personal, por mencionar algunas, y la *sociocultural*, que se refiere a todas esas reglas y expectativas no escritas que existen en cada sociedad y que determinan cómo se deben comportar los individuos llegados a cierta edad. Es así como la combinación de los cambios en la salud y funcionalidad física, cualidades psicológicas y una serie de presupuestos de conducta y comportamiento asociados con la edad, mediante la socialización y la cultura, permiten distinguir diferentes etapas de la vida. Así, es el avance en la edad el que va determinando los cambios en estas tres dimensiones que, como se puede inferir, están relacionadas entre sí.

En relación con lo anterior, Laslett señala que la vejez es una construcción social determinada parcialmente por factores biológicos o psicológicos. Dicho autor identifica en el ciclo de vida cuatro etapas (Laslett, 1996): la *primera edad*, época pre-reproductiva que comprende la infancia y la juventud; la *segunda edad*, época reproductiva y de vida activa, propia de las obligaciones de la reproducción; la *tercera edad*, o etapa post-reproductiva, asociada con el abandono de las obligaciones adquiridas en la etapa anterior, pero en la cual aún se muestra autonomía, así como demanda de bienes y servicios; la *cuarta edad*, o etapa decadente, que se caracteriza por la pérdida de las capacidades de adaptación y la pérdida de autonomía. Se manifiestan deterioros en la salud, tanto físicos como mentales, los cuales someten al individuo a una mayor dependencia.

Se propone que sean las dos últimas fases las que se asocien al envejecimiento o a la edad avanzada, definida por la edad cronológica, pero también por una serie de condiciones tales como el término de actividades y obligaciones, lo cual conlleva a una nueva dependencia (Ham, 2000). Así, se

¹⁸ Mejorías en el tratamiento y la prevención de enfermedades, así como de factores ambientales, han hecho que la curva de sobrevivencia sea más rectangular; sin embargo, se ha observado que gran parte de la población logra vivir hasta edades muy avanzadas con buena salud y muere masivamente alrededor de los 80 años (Hoyl, 2000).

considera que el envejecimiento es ese proceso biológico, psicológico y social, en el que se alcanza una edad, considerada avanzada, que no se define sólo cronológicamente, sino por el aumento en los riesgos de perder autonomía y de depender de la familia y la sociedad en consecuencia de disminuciones en la salud y por las incapacidades físicas, mentales o sociales (Ham, 2003).

La preocupación por el aumento en la proporción y el número de la población en las edades avanzadas radica en sus consecuencias económicas y sociales. El envejecimiento demográfico provocará, a largo plazo, un desbalance entre la población trabajadora y la de edades avanzadas, lo cual implicará presiones a los sistemas de jubilación (United Nations, 2001) (Partida, Tuirán, 2001). Por otra parte, las características propias de estas edades implicarán cambios en cuanto a la asignación de recursos hacia los servicios de salud. Precisamente, es la condición en la salud la que determina en gran medida el grado de envejecimiento de un individuo, ya que es a partir de ésta que se ven mermadas tanto las capacidades de adaptación como la autonomía. Así, la experiencia indica que, llegados a cierta edad, los individuos muestran la acumulación de una serie de problemas crónicos que, si bien no les ha llevado a la muerte, sí les crea problemas de funcionalidad y discapacidad (Verbrugge, Jette, 1994). De esta manera, más que la mortalidad en sí, deberán ser las consecuencias no letales de las enfermedades las que deberán ser atendidas. En cuanto al plano social, serán necesarias transformaciones en los arreglos, organización y estructura interna de las familias (United Nations, 2001)(Partida, Tuirán, 2001).

1.4.1 División de las edades avanzadas. Una vez asociadas la tercera y cuarta edad con las edades avanzadas, se hace necesario, para el análisis estadístico de la población, asignar edades umbral que separen la segunda de la tercera edad y la tercera de la cuarta edad.

Desde el punto de vista sociodemográfico y/o jurídico-laboral, se considera que la vejez comienza a partir de una edad específica: la edad del retiro. En algunos países, ésta es de 60 años, mientras en otros, de 65 años. Así, considerar 60 o 65 años como el umbral de las edades avanzadas es una forma simple para el análisis estadístico; pero hay que decir que los resultados y conclusiones de tales análisis pueden variar, dependiendo si se elige 60 años, o bien, 65 años (Ham, 2000). Cabe

preguntarse entonces por qué se han utilizado y se siguen utilizando como referencia para marcar las edades avanzadas de las no avanzadas. La respuesta radica, en parte, en que social y psicológicamente el retiro de la actividad laboral es un símbolo de envejecimiento. De esta manera, resulta cómodo adoptar la convención de que el umbral de las edades avanzadas es 65 años, la edad típica del retiro en la mayoría de los países (Weeks, 2002).

El origen de esta convención se remonta a la Alemania de fines del siglo XIX. En efecto, la seguridad social nace en la época del Canciller Otto Von Bismarck (social security, 2006). En 1883, con la *Ley del Seguro de Enfermedad*, realiza el primer esquema de seguridad social, ofreciendo a los trabajadores protección contra accidentes, enfermedad y vejez. Para esto, se tuvo que determinar una edad en la que la gente pudiera considerarse incapacitada para trabajar y, por tanto, elegible para recibir el apoyo del Estado. Considerando la esperanza de vida de aquellos tiempos, se escogió 65 años¹⁹. Después, la expresión "Seguridad Social" se populariza a partir de su uso por primera vez en una ley en Estados Unidos, concretamente en la "Social Security Act" de 1935. En ella, se diseñaron los esquemas actuales de beneficios en cuanto a la seguridad social de ese país, estableciéndose como el límite inferior de elegibilidad 65 años. Así, este límite de edad, propuesto por Bismarck, se propagó no sólo en Europa y Estados Unidos sino a la mayoría de los países del mundo, estableciéndose posteriormente no tanto por ser apropiado, sino porque se ha establecido como una norma (Weeks, 2002) (Viscusi, 1979).

Al margen de la tradición que pueda rodear a la edad de 65 años en cuanto a la división de las edades avanzadas de las no avanzadas, es evidente que hay distintos grados de funcionalidad entre los mayores de dicho límite. Es posible encontrar personas de 60 o 65 años con poca funcionalidad y alta dependencia, como personas de más de 70 u 80 años con funcionalidad e independencia. De cualquier modo, la experiencia indica que conforme se avanza en la edad, las capacidades físicas disminuyen, por lo que no habría demasiada objeción en aceptar que entre más viejo se es, es más probable mostrar síntomas de debilitamiento físico y disfuncionalidad, en general (Hoyl, 2000).

¹⁹ Si comparamos la esperanza de vida de la Alemania de fines del siglo XIX con la de principios del siglo XXI, la edad del retiro de 65 años sería, en la actualidad, un aspecto que merecería discusión.

Dado lo anterior, surge de manera natural la idea de dividir a aquellos en las edades avanzadas, a su vez, en subgrupos de edad. Es así como suele hablarse de los *viejos-jóvenes*, o la *tercera edad*, como aquella en la que, si bien, existe edad avanzada, aún se goza de funcionalidad e independencia, y también suele hablarse de los *muy viejos*, o la *cuarta edad*, en la que la disfuncionalidad y la dependencia en los individuos comienzan a ser predominantes (Weeks, 2002). Unos sugieren que una edad aceptable para dividir a los viejos más viejos de los viejos jóvenes, podrían ser 85 años, haciéndose esta sugerencia sobre la base de las características de salud y la prevalencia en discapacidades (Suzman et al, 1992). Otros sugieren, particularmente en el caso mexicano y basándose en índices que reflejan el grado de dependencia de los individuos, que este límite podría ser 75 años (Solís, 1998). Algunos más, como Tout (Tout, 1989), haciendo referencia a otros autores (Neugarten, 1976), señalan que la tercera edad abarcaría, aproximadamente, desde 60 hasta 75 años, mientras que la cuarta edad iniciaría, consecuentemente, a partir de esta última.

1.5 El concepto de disfuncionalidad y la formación de grupos de edad.

Debe mencionarse que no existe consenso con respecto a una definición conceptual de discapacidad, así como la inexistencia de herramientas estandarizadas para medirla en las edades avanzadas. En este sentido, existen y se aceptan varios indicadores que contribuyen a medir la calidad de vida de las personas en edad avanzada (Myers et al, 2003). No obstante, ha sido muy común el uso de indicadores que exploran sobre la capacidad de los individuos para realizar actividades del cuidado personal y de autosuficiencia básica, tales como caminar, comer, bañarse, levantarse y el uso del sanitario. Tales indicadores se conocen con el nombre de *actividades de la vida diaria* (AVD) (Katz, 1976). Así mismo, existen indicadores que tratan de medir la independencia en cuanto a actividades que requieren cierta adaptación del individuo a su entorno, tales como hacer compras, preparar alimentos, tomar medicamentos o manejar dinero, indicadores conocidos como *actividades instrumentales de la vida diaria* (AIVD) (Lawton, Brody, 1969). De este modo, las AVD y AIVD miden el nivel de dependencia

en cuanto a las actividades, mas no se enfocan en la causa de tales dependencias, razón por la que no permiten poder hacer distinciones entre impedimentos físicos y cognitivos. Sin embargo, existe cierta jerarquía entre las AVD y las AIVD, siendo las primeras más fundamentales en el sentido de que padecer limitaciones en éstas representaría mayores niveles de discapacidad que padecer limitaciones en las AIVD (Freedman, Soldo, 1994).

El presente trabajo cuestiona la precisión de los límites sugeridos entre la tercera y cuarta edad. Más aún, se cuestiona sobre la pertinencia de dividir a las edades avanzadas en, simplemente, *tercera y cuarta edad*. Es posible que esa división en dos grupos pueda dar una idea general de la población en edad avanzada y muy avanzada en función de ciertas características, tales como el grado de dependencia. Sin embargo, se puede pensar en dividir a las edades avanzadas considerando otros criterios. Si pensamos que parte del envejecimiento consiste en un *proceso* en el que la disfuncionalidad de un grupo de individuos aumenta con la edad, la clave para dividir las edades avanzadas en grupos de edad debe radicar en características intrínsecas a dicho proceso, pero también que los grupos de edad reflejen, con respecto a esa característica, una *propiedad común*. Es decir, que al cambiar tales características, cambien paralelamente tales agrupaciones. Entonces, es posible pensar en más subgrupos, y no sólo dos, en los que sus individuos reflejen condiciones de funcionalidad similar con respecto a algún criterio. En este trabajo se propone que este criterio sea *la rapidez del proceso de disfuncionalidad*, entendido este último como *la evolución conjunta de la dificultad que muestra un colectivo para realizar las AVD*.²⁰

²⁰ Aunque podría pensarse en observar un colectivo de edad x , y seguir la evolución de la dificultad para realizar las AVD en años subsecuentes, podriase también tener un conjunto de poblaciones, de diferentes edades, y estimar la dificultad para realizar las AVD en cada edad, en cada población. El primer caso sería una observación longitudinal; el segundo, un corte transversal. En este trabajo se procederá de esta última manera.

Capítulo 2

Metodología

2.1 Fuente de información.

Se recurrirá a la base de datos del Estudio Nacional sobre Salud y Envejecimiento en México (ENASEM). En este estudio se da cuenta del proceso de envejecimiento, del impacto de las enfermedades y la discapacidad en una muestra representativa de mexicanos de 50+. ENASEM es de tipo longitudinal, ya que se realizó sobre los mismos individuos en 2001 y 2003 y ha sido desarrollado por investigadores de la Universidad de Pennsylvania, la Universidad de Georgetown y la Universidad de Wisconsin en colaboración con el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). También se contó con asesores del Instituto Nacional de Salud Pública (INSP) y del Instituto Nacional de Nutrición (INN) en México. La encuesta inicial abarca una muestra a nivel nacional de la población mexicana de 50+ junto con sus cónyuges. Los informantes de la ENASEM se obtuvieron a partir de la Encuesta Nacional de Empleo (ENE), la captura de la información se realizó mediante entrevista directa individual y se obtuvieron entrevistas por sustitución en casos de problemas de salud o ausencia temporal. Esta encuesta es representativa a nivel nacional. La información contenida en ENASEM es muy variada, por lo que abarca una gran variedad de aspectos relacionados con la vejez. Dicha información está archivada en 12 secciones, representadas de la letra *A* a la *L*, estando éstas relacionadas con distintos aspectos sobre las condiciones socioeconómicas y de salud de las personas de 50+. ENASEM contiene información sobre (ENASEM, 2006):

- **Medidas de salud:** auto-evaluación de condiciones, síntomas, estado funcional, comportamientos de salud, uso de servicios de salud, depresión, dolor, entre otras.
- **Antecedentes:** salud y condiciones de vida en la niñez, educación, alfabetismo, historia migratoria, historia marital.

- **Familia:** listados de todos los hijos (incluyendo los ya fallecidos). Para cada uno de ellos, sus atributos demográficos, indicadores resumen de salud actual y en la niñez, educación, actividad económica actual y migración. Experiencias migratorias de los padres y hermanos.
- **Transferencias:** ayuda financiera y de tiempo, proporcionada al informante, de parte de sus hijos.
- **Económico:** fuentes y cantidades de ingreso incluyendo salarios, pensiones y ayudas del gobierno; tipo y valor de bienes.
- **Ambiente de la vivienda:** tipo, ubicación, materiales de construcción, otros indicadores de calidad de la vivienda y disponibilidad de bienes de consumo duradero.
- **Medidas antropométricas:** en aproximadamente 20 % de la muestra, se midió peso, estatura, circunferencia de cintura, cadera y pantorrilla, altura de la rodilla, y balance sobre una pierna.

Dada la variedad de temas relacionados con el envejecimiento, ENASEM ha servido como base de datos de diversas investigaciones. Palloni, Wong y Soldo, entre otros, han podido hacer estimaciones sobre los estados de salud y la funcionalidad de los mexicanos en edades avanzadas, presentaciones a la Sociedad Gerontológica de América sobre la importancia del envejecimiento en México, sobre comportamientos preventivos en la salud de los adultos mayores mexicanos; sobre el bienestar económico de la población en edad media y avanzada, así como la relación entre este bienestar económico y la migración internacional mexicana (ENASEM, 2006).

Así, el uso de ENASEM como fuente de información se justifica porque, primeramente, contiene la información más reciente sobre la población mexicana en edad avanzada. Segundo, porque la información esta dividida en secciones que permiten acceder fácilmente a la misma; por último, porque es representativa a nivel nacional.

2.2 Selección de la información.

En particular, para esta investigación se hará uso de la información sobre la funcionalidad de los individuos. Por tal razón, se usará la *Sección H. Funcionalidad y Ayuda* de la base de datos ENASEM, 2001. Esta sección contiene información relacionada con la dificultad de los individuos para realizar

una serie de actividades de la vida cotidiana (caminar, trotar, subir escaleras, estar sentado o parado, agacharse, hacer ciertos esfuerzos, entre otras), si necesitan ayuda para realizarlas y quién les provee esa ayuda. También contiene información del mismo tipo en referencia a actividades complementarias de la vida diaria y que implican cierta adaptación del individuo a su entorno (AIVD). Para nuestro propósito, sólo interesa la información referente a las primeras, es decir, la dificultad en la realización de las *actividades de la vida diaria* (AVD) de los individuos mayores de 50 años, ya que, como ya se ha mencionado, la dificultad en las AVD es un indicador más básico de discapacidad o disfuncionalidad en comparación con las AIVD. Esta información se ve condensada en las preguntas *h15_1, h16_1, h17_1, h18_1 y h19_1*. Concretamente, las preguntas son:

Debido a un problema de salud, ¿Tiene usted dificultad...

H.15 ... para caminar de un lado a otro de un cuarto?

H.16...para bañarse en tina o regadera?

H.17... al comer, por ejemplo, para cortar su comida?

H.18... al acostarse y levantarse de la cama?

H.19 ... al usar el excusado, incluyendo subirse o bajarse o ponerse en cuclillas?

Para hacer más manejable la terminología, nos referiremos a la información de las preguntas anteriores como padecer dificultad para *caminar, bañarse, comer, levantarse y usar el sanitario*, respectivamente. Con respecto a las opciones de respuesta, éstas son: SÍ (1), NO (2), NO PUEDE (3), NO LO HACE (7), NO RESPONDE (8), NO SABE (9). En realidad, aquellas personas que contestaran, aunque sea sólo en una pregunta, que no saben, que no lo hacen o simplemente no respondieron, no aportaban información suficiente para poderlas considerar en el análisis. Por esta razón, se filtró la información de la base de datos de tal manera que las personas que hubieran contestado del modo anterior quedaran fuera del análisis.

2.3 Análisis de la información.

El objetivo que se persigue es crear una serie de conglomerados, o división por grupos de edad de las edades avanzadas, sobre la base de un criterio bien definido. Se propone que ese criterio sea, en principio, la evolución *del conjunto de prevalencias en la dificultad para realizar las AVD*.

El análisis de la información se realizará diferenciando por sexos. En efecto, existen diferencias entre los indicadores de salud, mortalidad, morbilidad y funcionalidad de los hombres y las mujeres. Es bien conocido el hecho de que la esperanza de vida masculina es típicamente inferior a la femenina, así como que los problemas de salud entre hombres y mujeres se diferencian conforme se avanza en la edad. Los hombres tienden más a padecer enfermedades agudas, mientras que las mujeres son más susceptibles de padecer enfermedades crónicas, por lo que son ellas, precisamente, las que sufren una mayor incidencia de morbilidad y de mayores prevalencias en discapacidades (Gutiérrez, 2001).

Así, la primera tarea será filtrar los casos elegibles, de acuerdo a lo expuesto en la sección anterior, y calcular la prevalencia en la dificultad para caminar, bañarse, comer, levantarse y usar el sanitario, diferenciando por hombres y mujeres. Para eso, será necesario distribuir para cada sexo la información por edad desplegada. De este modo, se tendrá una lista de cuantos individuos declararon dificultad en realizar determinada AVD por edad cumplida. El cálculo de las prevalencias, a partir de los datos en bruto, presenta valores que si bien, suelen mostrar una tendencia, también suelen mostrar irregularidades que se vuelven cada vez más considerables conforme se avanza en la edad debido a que cada vez hay menos individuos, i.e., hay mayor fluctuación en los datos. De esta manera, para suavizar los cálculos de las prevalencias, se aplicará la noción de *promedios móviles*. Con fines de ilustrar el procedimiento, considérese el siguiente cuadro.

Cuadro 2.1. Ilustración del procedimiento aplicado a los datos por edad desplegada.

Edad cumplida	Casos	Edad exacta	Casos reasignados
50	x	51	(x+y)
51	y	52	(y+z)
52	z	53	(z+a)
53	a	54	(a+b)
54	b	55	

La idea detrás del procedimiento es que podemos pensar que los casos de edad cumplida 50 y 51 tienen como centro la edad exacta 51; del mismo modo, los casos de edad cumplida 51 y 52 tienen

como centro a la edad exacta 52, y así sucesivamente. En el cuadro se observa que si x es el número de casos con edad cumplida 50 -ya sea del conjunto universo, determinado por todos los casos elegidos, o sólo de aquellos que padecen dificultad en determinada AVD- y y el correspondiente a la edad 51 cumplida, se procede entonces a sumar ambos casos, $(x+y)$, y éstos serán los casos centrados en la edad 51 *exacta*. Finalmente, el cálculo definitivo de las prevalencias se efectuará con los datos relativos a la edad exacta. Es a partir de las curvas suavizadas de prevalencias que será posible expresar matemáticamente la tendencia mediante la búsqueda de una función que se ajuste lo mejor posible. Obtenidas estas funciones, será posible determinar, a partir de éstas, una serie de valores de las prevalencias para cada edad exacta. Más aún, puesto que en este trabajo se considera a la evolución de tales prevalencias como un proceso, es posible pensar en una *rapidez* asociada, la cual estará dada por la primera derivada de la función de prevalencias¹. Así mismo, puede pensarse en la *aceleración* del proceso mediante el cálculo de la segunda derivada de dicha función, o bien, observando los cambios en la rapidez de una edad a otra.² Puesto que el análisis se realizará por sexos, esto permitirá comparar la evolución de las prevalencias en la dificultad de realizar las diferentes AVD mediante la comparación de la rapidez y aceleración del proceso en hombres y mujeres.

Posteriormente, se procederá a determinar *probabilidades condicionales* entre las diferentes prevalencias en dificultad en las AVD. De esta manera, se identificará en qué medida impacta padecer dificultad en realizar determinada AVD en el padecimiento de dificultad en las restantes.

Pensando en el tiempo, mediante la edad, como una variable adicional a cada prevalencia de dificultad, se calcularán las covarianzas entre dichas variables para determinar el grado de correlación entre las mismas. Determinadas las correlaciones entre las variables, se aplicará el *análisis de los componentes principales*³ con el objetivo de reducir la dimensionalidad de los datos para, así, hacer visible el patrón gráfico que forman en el espacio real 6-dimensional trasladándolo a tan sólo una línea, un plano, o bien, a lo más en tres dimensiones (Manly, 1986). Así, se podrán apreciar regiones de

¹ Es decir, el cambio instantáneo en las prevalencias de dificultad para realizar las AVD.

² La segunda derivada da el cambio instantáneo de la rapidez del proceso.

³ Para un estudio detallado sobre análisis de los componentes principales, véase *Principal Component Analysis*, de I.T. Jolliffe (Jolliffe, 2002).

puntos de diferente densidad, lo que permitirá tener una idea sobre cuántos grupos de edad pueden formarse.

Finalmente, la determinación de los grupos de edad se efectuará utilizando el *análisis de conglomerados*. Este análisis tiene el propósito principal de agrupar objetos sobre la base de sus características. El objetivo es el de formar grupos en los que se maximice la homogeneidad al interior, es decir, se agrupan las observaciones más parecidas en un sólo conjunto, implicando con esto heterogeneidad al exterior. En este sentido, el análisis de conglomerados permite taxonomizar las observaciones en cuestión (Hair, 1998). Para determinar la similaridad de las observaciones, existen diferentes medidas⁴. En este trabajo, se utilizará como criterio de disimilaridad la distancia euclídea entre los datos; así, entre más distancia exista entre éstos, se les considera más disímiles.

Debe decirse que el análisis de conglomerados no es una técnica estadística inferencial, en el sentido de que se pueda determinar que los parámetros de la muestra sean representativos de la población. El análisis de conglomerados es una metodología objetiva que permite cuantificar las características estructurales de un conjunto de observaciones. Como tal, tiene sólidas bases matemáticas, aunque no estrictamente fundamentos de tipo estadístico. Sin embargo, en la medida en que la muestra sea representativa, se podrá confiar en que los resultados representen en gran medida la estructura poblacional (Hair, 1998).

⁴ Tres de las principales son: medidas de correlación, de distancia y de asociación. (Hair, 1998).

Capítulo 3

Correlaciones, componentes principales y conglomerados

En este capítulo se muestra la forma de obtención de las diferentes prevalencias en dificultad para la realización de las AVD, se determina la correlación entre éstas y se aplica el análisis de los componentes principales para la reducción de la dimensionalidad. Se presentan los resultados finales, relativos a la obtención de grupos de edad mediante el análisis de conglomerados, así como una discusión de los mismos.

3.1 Prevalencias en la dificultad para realizar las AVD. Comparación entre sexos.

El registro de la Sección H. de la ENASEM consta de 15146 casos, de los cuales 42.8 % son hombres y 57.2 % son mujeres. Como resultado de aplicar las restricciones de elegibilidad, se obtuvieron 3001 casos masculinos y 4536 casos femeninos. Éstos, a su vez, se ordenaron según edad cumplida.¹ Posteriormente, se calcularon las prevalencias en la dificultad de realización de las AVD.

Para reducir las fluctuaciones, se consideró un criterio basado en los *promedios móviles*. En este caso, se puede obtener un promedio móvil de orden 2 y considerar la prevalencia promedio de dos edades cumplidas consecutivas, t y $t+1$, como la prevalencia *centrada* en la edad exacta $t+1$. Para obtener la prevalencia observada en la dificultad para realizar la i -ésima AVD, a la edad t , se usó la siguiente relación:

$$P_{it} = \frac{C_{it}}{C_t} 100, \quad (1)$$

donde C_{it} se refiere a los casos con dificultad para realizar la i -ésima AVD a la edad t , y C_t se refiere a los casos totales a la edad t . De este modo, un promedio móvil de orden 2 queda expresado como:

¹ Véase el anexo A.

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{C_{it}}{C_t} + \frac{C_{i,t+1}}{C_{t+1}} \right\}, \quad (2)$$

donde la ecuación (2) representa la prevalencia centrada en la edad exacta $t+1$. Nótese que C_t va disminuyendo conforme aumenta la edad cumplida t , mientras que C_{it} tiende a aumentar, por lo que la ecuación (2), de utilizarse, tendería a sobreestimar dicha prevalencia. Por esta razón, para estimar la prevalencia a la edad exacta $t+1$ preferimos utilizar:

$$\frac{C_{it} + C_{i,t+1}}{C_t + C_{t+1}}. \quad (3)$$

En efecto, puede demostrarse que:

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{C_{it}}{C_t} + \frac{C_{i,t+1}}{C_{t+1}} \right\} \geq \frac{C_{it} + C_{i,t+1}}{C_t + C_{t+1}}, \quad (4)$$

donde la desigualdad se cumple mientras C_t y C_{t+1} sean distintos. En nuestro caso, conforme se avance en la edad, $C_t > C_{t+1}$. La igualdad en la ecuación (4) se cumple cuando $C_t = C_{t+1}$, lo que en general, no ocurre. Por lo anterior, se consideró la expresión (3) para estimar la prevalencia en la dificultad para realizar las diferentes AVD a la edad exacta $t+1$. Debe mencionarse que debido a que el número de personas se va reduciendo conforme se avanza en la edad, sólo se consideró el cálculo de las prevalencias, con la ecuación (3), hasta los 95 años en hombres y 94 años en mujeres.²

Obtenidas las series de prevalencias suavizadas, la función que mostró la mayor bondad de ajuste fue la exponencial de la forma:

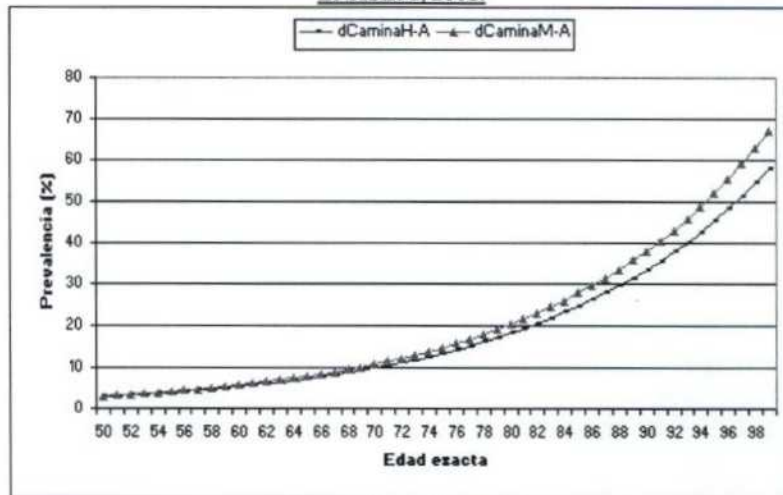
$$P(t) = b_0 e^{b_1 t}, \quad (5)$$

donde b_0 y b_1 son constantes por estimar para cada serie de prevalencias suavizadas y t es la variable independiente. En este caso, $P(t)$ representa el valor de la prevalencia a la edad exacta t . El valor de las distintas prevalencias a la edad exacta 50, y para edades mayores de 94 años, hasta 99, se obtuvieron mediante la extrapolación de las funciones exponenciales encontradas.

² Véase en el anexo A las tablas con los números de muestra.

Con el objetivo de crear divisiones en las edades mayores de 50 años, será necesario encontrar, en y entre las diferentes prevalencias, *patrones* que puedan caracterizar a las distintas agrupaciones. Las gráficas 3.1 a 3.5, muestran las curvas de ajuste de las diferentes prevalencias suavizadas³ expresadas en *casos por cada 100*.⁴

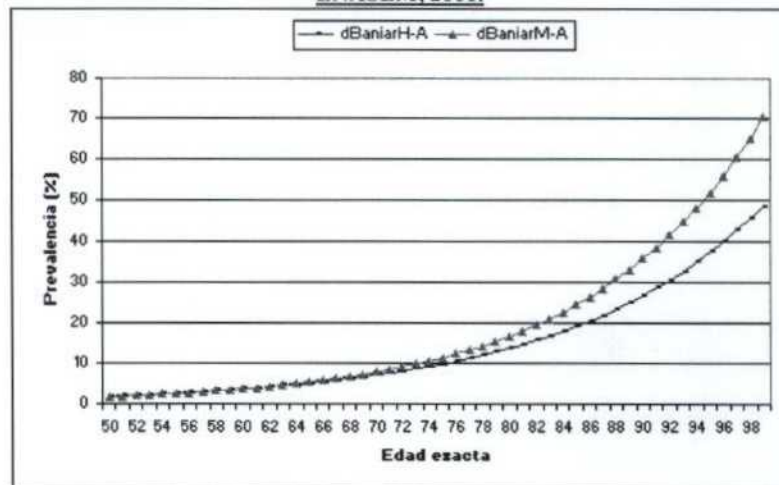
Gráfica 3.1 Prevalencias en la dificultad para caminar, según sexo: Hombres (dCaminaH-A), Mujeres (dCaminaM-A). ENASEM, 2001.



Fuente: elaboración propia.

La ventaja de contar con las curvas de ajuste es que permiten observar la tendencia más acorde a la naturaleza fluctuante de los datos originales, e incluso suavizados. De esta manera, es mucho más fácil y directo observar las diferencias propias entre sexos.

Gráfica 3.2 Prevalencias en la dificultad para bañarse, según sexo: Hombres (dBaniarH-A), Mujeres (dBaniarM-A). ENASEM, 2001.



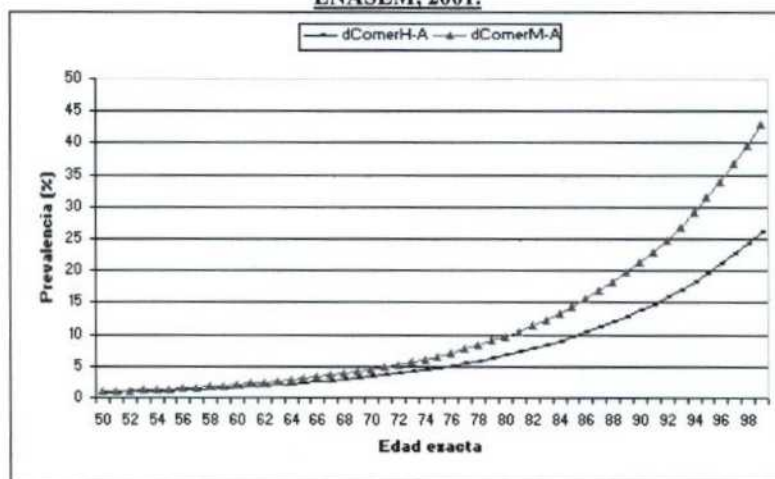
Fuente: elaboración propia.

³ Véase en el anexo A la serie de datos centrados en edad exacta y las curvas de ajuste superpuestas.

⁴ Una prevalencia P_t a la edad t , significa que de cada 100 individuos de edad t , P_t tienen dificultad para realizar la AVD en cuestión.

Una de las características generales a todas las gráficas, es que las prevalencias de dificultad en las distintas AVD siempre son mayores en las mujeres que en los hombres. Puede observarse que hasta la edad 70, aproximadamente, las curvas de prevalencias masculinas y femeninas evolucionan ascendentemente y con valores muy similares, pero siendo siempre mayores para las mujeres.

Gráfica 3.3 Prevalencias en la dificultad para comer, según sexo; Hombres (dComerH-A), Mujeres (dComerM-A) ENASEM, 2001.



Fuente: elaboración propia.

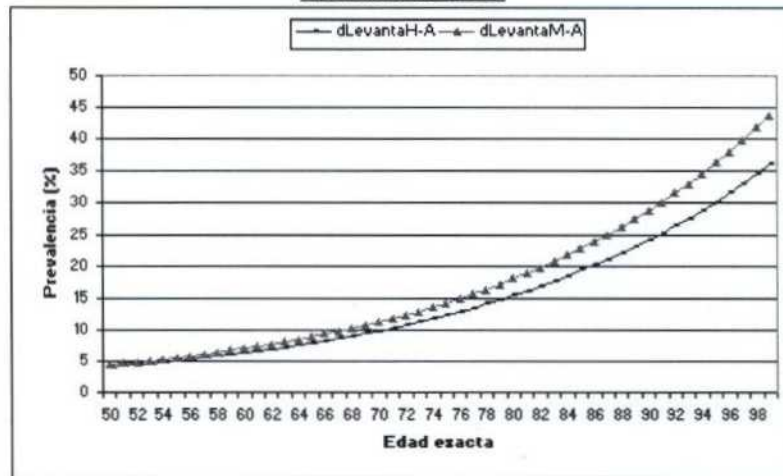
Sin embargo, es a partir de aquella edad que comienzan a notarse cambios en dicha evolución; concretamente, se observa que las curvas de prevalencias femeninas comienzan a ascender de manera más pronunciada, separándose notoriamente de sus correspondientes masculinas.

Visto como un proceso, debe decirse que la *velocidad*⁵ del proceso de disfuncionalidad, entendido como la evolución de las prevalencias en dificultad en las AVD, es mayor en las mujeres que en los hombres y que dicha diferencia en la velocidad del proceso se hace cada vez más evidente a partir de, aproximadamente, 70 años. A partir de esta edad, el proceso de disfuncionalidad femenino se vuelve más *acelerado* que el masculino. Considerando estas ideas, débese resaltar el hecho de que las prevalencias en dificultad para bañarse, comer y usar el sanitario son las que mayor diferencia muestran en cuanto a la velocidad del proceso de disfuncionalidad entre sexos, observable mediante la mayor separación entre las curvas de prevalencia.

⁵ Estrictamente hablando, es la *rapidez*. En el argot físico, la *velocidad* es un vector que, como tal, queda caracterizado por su magnitud y su dirección. Precisamente, a la magnitud del vector *velocidad* se le denomina *rapidez*.

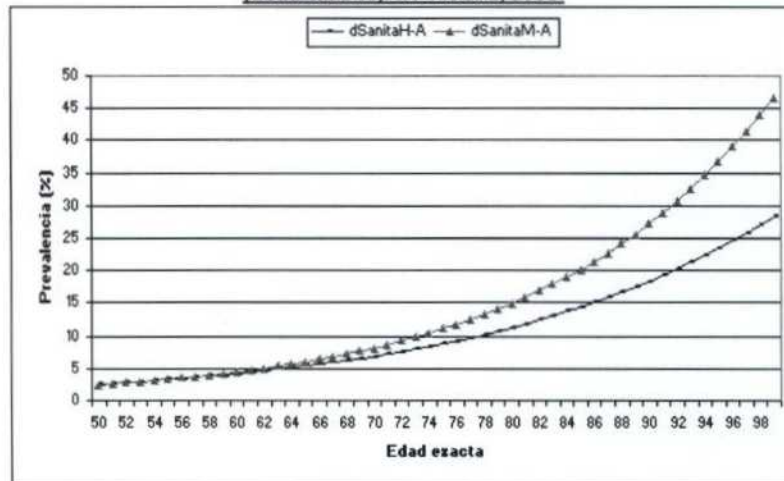
Formalmente hablando, la mayor rapidez en el proceso femenino se comprueba desde el momento en que los cambios en la prevalencia, entre un año y otro, son mayores en ellas que en ellos; a su vez, la aceleración del proceso se constata en que el cambio en la prevalencia de un año a otro, en años posteriores, es mayor a aquellos cambios sucedidos previamente.

Gráfica 3.4 Prevalencias en la dificultad para levantarse, según sexo; Hombres (dLevantaH-A), Mujeres (dLevantaM-A). ENASEM, 2001.



Fuente: elaboración propia.

Gráfica 3.5 Prevalencias en la dificultad para usar el sanitario, según sexo; Hombres (dSanitaH-A), Mujeres (dSanitaM-A). ENASEM, 2001.



Fuente: elaboración propia.

Para entender lo recién dicho, se muestra el cuadro 3.1. La noción de *rapidez* del proceso se refiere al cociente entre el cambio en la prevalencia y el intervalo de tiempo en el que éste toma lugar. El resultado de esta operación es la *rapidez promedio* durante el período de tiempo en cuestión. Si se

lleva esta idea al extremo de pensar en un intervalo de tiempo infinitamente pequeño, se tiene entonces la *rapidez instantánea*. Matemáticamente, es la derivada de la función.

Cuadro 3.1 Rapidez instantánea promedio por grupo de edad exacta, según sexo y según dificultad en las AVD.

Grupos de edad	dCamina		dBañar		dComer		dLevanta		dSanita	
	H	M	H	M	H	M	H	M	H	M
50-59	0.2	0.3	0.2	0.2	0.1	0.1	0.2	0.3	0.2	0.2
60-69	0.4	0.5	0.3	0.4	0.2	0.2	0.3	0.4	0.3	0.4
70-79	0.8	0.9	0.6	0.9	0.3	0.5	0.5	0.7	0.4	0.7
80-89	1.5	1.7	1.3	1.8	0.7	1.1	0.9	1.0	0.7	1.2
90-99	2.7	3.2	2.5	3.9	1.3	2.4	1.3	1.7	1.1	2.2

Fuente: Elaboración propia.

El cuadro anterior muestra la rapidez instantánea promedio para cada grupo decenal de edad. Si la prevalencia se expresa por medio de cuántos individuos de cada 100 padecen dificultad en realizar cierta AVD, la rapidez, tal como fue definida, deberá expresarse como cierto número de individuos, por cada 100, referidos a la unidad de tiempo, en este caso un año. Así, por ejemplo, en el grupo 50-59, la rapidez instantánea promedio de la prevalencia de hombres con dificultad para caminar, cuyo valor es 0.2, indica que cada año hay 0.2 más individuos, de cada 100, que manifiestan dificultad en caminar. Consecuentemente, una diferencia de 0.1 en la rapidez de la prevalencia en dificultad para caminar entre sexos, a favor de las mujeres, indica que cada año hay 0.1 más mujeres, de cada 100, que manifiestan dificultad para caminar, en comparación a los hombres.

En el cuadro 3.1, se ha dividido *arbitrariamente* a las edades exactas entre 50 y 99 años en grupos decenales, y se ha calculado en cada uno de ellos la rapidez instantánea promedio del proceso de disfuncionalidad para cada AVD.⁶ Obsérvese en el cuadro que hasta antes de la edad 70, la rapidez del proceso de disfuncionalidad entre hombres y mujeres es muy similar, en el sentido de que no hay una diferencia entre ellos mayor a 0.1. Sin embargo, a partir de los 70 años se observa que las magnitudes de las velocidades de los procesos masculinos y femeninos comienzan a diferir. Si bien la diferencia de 0.1 se mantiene para la dificultad para caminar, en las demás la diferencia aumenta a 0.2 y hasta 0.3, sobresaliendo en este sentido la dificultad para bañarse y para el uso del sanitario. En el siguiente grupo, 80-89, sobresalen la dificultad para bañarse y el uso de sanitario, ambas con una diferencia entre sexos de 0.5, la dificultad para comer con 0.4, y quedándose más estrechas las diferencias para la dificultad

⁶ Véase el anexo A para consultar los cuadros completos de la rapidez instantánea.

para caminar y para levantarse, con 0.2 y 0.1, respectivamente. Por último, en el grupo 90-99, las diferencias vuelven a aumentar, siendo 1.4 para la dificultad para bañarse, 1.1 para el uso del sanitario y 0.9 en la dificultad para comer. Las otras dos se sitúan en 0.5 o menos. La *aceleración* del proceso puede constatarse mediante la inspección por columna y comparando el cambio en la rapidez instantánea promedio en cada grupo de edad, observándose que los mayores cambios suceden, efectivamente, en las mujeres.

3.2 Covarianzas y correlaciones entre la edad y las prevalencias en dificultad en las AVD.

Dada la forma en que se comportan las curvas, es decir, que son expresables mediante la ecuación (5), se puede pensar en la existencia de correlaciones entre las diferentes prevalencias en la dificultad para realizar las AVD, consideradas ahora propiamente como variables. Podemos pensar en esas correlaciones basándonos en el supuesto de que padecer dificultad en la realización de alguna AVD implique una *probabilidad condicional* de padecer dificultad en alguna otra.

Cuadro 3.2. Probabilidades condicionales observadas entre las diferentes AVD. Hombres y Mujeres.

AVD	Probabilidades condicionales. Hombres.				
	Caminar	Bañar	Comer	Levantar	Sanitario
Caminar	1.000	0.520	0.256	0.580	0.445
Bañar	0.743	1.000	0.389	0.646	0.596
Comer	0.747	0.798	1.000	0.737	0.646
Levantar	0.618	0.478	0.265	1.000	0.507
Sanitario	0.672	0.620	0.328	0.714	1.000

AVD	Probabilidades condicionales. Mujeres.				
	Caminar	Bañar	Comer	Levantar	Sanitario
Caminar	1.000	0.536	0.296	0.624	0.479
Bañar	0.743	1.000	0.396	0.706	0.598
Comer	0.739	0.711	1.000	0.728	0.706
Levantar	0.607	0.500	0.287	1.000	0.518
Sanitario	0.652	0.585	0.387	0.719	1.000

Fuente: elaboración propia con datos obtenidos de ENASEM, 2001.

La lectura del cuadro 3.2 deberá efectuarse primero por fila y después por columna. Por ejemplo, dada la dificultad de caminar (fila) en las personas mayores de 50 años, el valor 1.000 indica que 100.0 % de éstas tiene dificultad para caminar; del mismo modo, 52 % de éstos, si son hombres, manifiestan también poseer dificultad para bañarse (columna), y 53.7 % si son mujeres. Así mismo, de

estos que tienen dificultad para caminar, 25.6 %, si son hombres, tienen dificultad para comer (columna), mientras que si son mujeres, 29.6 %, y así sucesivamente.

Considerando lo anterior, podemos observar que la AVD que más impacta en las demás, dada la dificultad en realizarla, es *comer*. Se observa en el cuadro que de aquellos que manifiesten dificultad para comer, si son hombres, 74.7 % de ellos tendrán dificultad para caminar, 79.8 % dificultad para bañarse, 73.7 % para levantarse y 64.6 % en usar el sanitario, mientras que en las mujeres se tienen porcentajes de 73.9 %, 71.1 %, 72.8 % y 71.1 %, respectivamente. Sin embargo, considerando el caso masculino, padecer dificultad para caminar implica sólo una probabilidad de 25.6 % de padecer dificultad para comer. Esto se explica porque padecer problemas para actividades tan elementales como comer, está asociado a disfunciones orgánicas muy severas que dificultan la realización de las demás AVD, mientras que padecer sólo dificultad para caminar puede estar asociado únicamente a problemas locales, como en las extremidades inferiores y que no impiden comer; no obstante, sí afectan a otras AVD relacionadas con dichas extremidades, como levantarse, bañarse o usar el sanitario. Lo anterior puede verificarse atendiendo a que casi la mitad de los que manifestaron dificultad para caminar tuvo problemas para usar el sanitario y más de la mitad los tuvo en bañarse y levantarse, tanto en hombres como en mujeres. Así, las tres AVD que más impactan en la realización de las demás, dada la dificultad en realizarlas, son *comer*, *bañarse* y *usar el sanitario*, tanto para hombres como para mujeres. Coincidentemente, son estas mismas AVD las que se diferenciaron de las demás por mostrar, entre sexos, las mayores diferencias en la rapidez instantánea promedio por grupo de edad.

Por otra parte, dado que las cinco prevalencias se expresan satisfactoriamente con la ecuación (5), se observa una relación directa entre los valores de éstas. Incluso considerando al tiempo, mediante la edad, como una variable más, observamos que también se cumple esta relación directa con las prevalencias. Intuitivamente, se deduce que existe un cierto *grado de correlación*. Esto puede expresarse en términos más formales mediante el cálculo de las *covarianzas* entre las distintas variables.

La covarianza C_{jk} entre un par de variables x_j y x_k se define como:

$$C_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k), \quad (6)$$

donde \bar{x}_j y \bar{x}_k son el valor promedio sobre las variables j y k respectivamente, y n es el número de datos en la muestra. A su vez, el coeficiente de correlación r_{jk} se define en función de la covarianza, para las variables j y k , por medio de:

$$r_{jk} = \frac{C_{jk}}{S_j S_k}, \quad (7)$$

donde S_j y S_k son la desviación estándar de la variable j y k , respectivamente.

Para darnos una idea de qué tan relacionadas linealmente se encuentran las seis variables en cuestión (prevalencia en dificultad para cada AVD y la edad), calcularemos la matriz de covarianzas entre ellas. Sin embargo, para homogenizar la métrica de las variables se considerará los valores estandarizados de las mismas.⁷ De esta manera, estaremos construyendo automáticamente matrices de correlación, es decir, una matriz cuyos elementos son los coeficientes de correlación (7) entre variables.

Sean $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$, variables que representan los valores estandarizados correspondientes a: edad exacta (X_1), prevalencia en dificultad para caminar (X_2), prevalencia en dificultad para bañarse (X_3), prevalencia en dificultad para comer (X_4), prevalencia en dificultad para levantarse (X_5), prevalencia en dificultad para usar el sanitario (X_6). Entonces, las matrices de correlación para hombres y mujeres quedan como sigue:

Cuadro 3.3. Matriz de correlación para las variables $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$, Hombres.

Variables	Matriz de correlación					
	X1	X2	X3	X4	X5	X6
X1	1.0000	0.9343	0.9231	0.9155	0.9614	0.9552
X2	0.9343	1.0000	0.9995	0.9987	0.9961	0.9978
X3	0.9231	0.9995	1.0000	0.9998	0.9929	0.9953
X4	0.9155	0.9987	0.9998	1.0000	0.9903	0.9931
X5	0.9614	0.9961	0.9929	0.9903	1.0000	0.9997
X6	0.9552	0.9978	0.9953	0.9931	0.9997	1.0000

Fuente: elaboración propia.

⁷ Véase en el anexo B las tablas de los valores para las variables estandarizadas y no estandarizadas.

Cuadro 3.4 Matriz de correlación para las variables $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$, Mujeres.

Variables	Matriz de correlación					
	X1	X2	X3	X4	X5	X6
X1	1.0000	0.9305	0.9059	0.9018	0.9585	0.9363
X2	0.9305	1.0000	0.9979	0.9972	0.9961	0.9999
X3	0.9059	0.9979	1.0000	0.9999	0.9882	0.9966
X4	0.9018	0.9972	0.9999	1.0000	0.9867	0.9958
X5	0.9585	0.9961	0.9882	0.9867	1.0000	0.9974
X6	0.9363	0.9999	0.9966	0.9958	0.9974	1.0000

Fuente: elaboración propia.

En efecto, los cuadros 3.3 y 3.4 muestran que estamos trabajando con seis variables que están altamente correlacionadas linealmente. No obstante, lo que en un primer momento no era tan obvio es que la correlación entre las diferentes variables fuera tan alta. Podemos observar valores de correlación entre las diferentes variables muy cercanos a 1 y, en general, coeficientes de correlación con valores superiores a 0.9 tanto en hombres como en mujeres. El signo positivo de todos los coeficientes confirma que valores altos/bajos de alguna variable X_j pueden asociarse a valores altos/bajos de otra variable X_k .

Puesto que el objetivo es construir grupos de edad, se está en la búsqueda de patrones que nos permitan, basándonos en ellos, obtener dichas divisiones en la edad. Sin embargo, se tiene la dificultad de que estamos trabajando con datos en un espacio 6-dimensional, por lo que es imposible visualizar cualquier tipo de patrón. Surge de manera natural la necesidad de reducir la dimensionalidad de los datos a una, dos o tres dimensiones⁸, pero al mismo tiempo, que el proceso de reducción de la dimensionalidad no implique una pérdida significativa de información.

3.3 Reducción de la dimensionalidad. Análisis de los componentes principales.

La alta correlación entre las variables es una característica ideal para aplicar el *análisis de los componentes principales*. Brevemente, este método tiene como objetivo tomar una serie de variables X_1, \dots, X_p , y encontrar combinaciones lineales de éstas que produzcan nuevos índices Z_1, \dots, Z_p , que *no estén correlacionados*. La importancia de la no-correlación entre estos índices radica en que, de esta manera, los índices estarían midiendo diferentes “dimensiones”. Así, se espera que unos cuantos índices puedan dar cuenta de la mayor parte de la *varianza* en los datos, despreciando los índices que den

⁸ De hecho, cualquiera de las tres opciones (reducir los datos a una, dos o tres dimensiones) sería de gran utilidad para la visualización del patrón generado por las variables en 6 dimensiones.

cuenta de una parte mínima de la varianza total. De esta manera, expresando los datos en términos de estos índices se reduce el número de dimensiones originales.

Empezamos el análisis de los componentes principales considerando una matriz de correlación

R:

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \square & \square & \square & r_{1P} \\ r_{21} & r_{22} & \square & \square & \square & r_{2P} \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ r_{P1} & r_{P2} & \square & \square & \square & r_{PP} \end{pmatrix} \quad (8)$$

donde r_{jk} es el coeficiente de correlación entre las variables j y k . Evidentemente, se tiene que:

$$r_{11} = r_{22} = \dots = r_{pp} = 1. \quad (9)$$

El punto central del análisis es encontrar los *valores y vectores propios* de la matriz (8).⁹ Sean $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ los valores propios de la matriz de correlación **R**, ordenados de mayor a menor, donde λ_i corresponde al i -ésimo componente principal Z_i . Las varianzas de los componentes principales Z_i son los valores propios de la matriz **R**:

$$Var(Z_i) = \lambda_i, \quad (10)$$

por lo que, en este caso, no son posibles valores negativos. Los índices se construyen mediante combinaciones lineales de las variables, cuyos coeficientes son, precisamente, las componentes de los vectores propios. Esto es:

$$Z_i = a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + \dots + a_{ip} X_p. \quad (11)$$

donde las constantes $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ip}$, son los elementos del correspondiente vector propio, escalados de tal manera que satisfagan:

$$(a_{i1})^2 + (a_{i2})^2 + \dots + (a_{ip})^2 = 1, \quad (12)$$

es decir, se trata de vectores propios unitarios.

La suma de las varianzas de las variables está dada por la *traza* de **R**, esto es, por la suma de los elementos de la diagonal principal. Puesto que se trata de coeficientes de correlación, éstos son las

⁹ Véase el anexo B para información sobre los valores y vectores propios.

¹⁰ Esta definición está asociada al producto interno entre dos vectores. Para más detalles, véase el anexo D.

covarianzas de las variables originales estandarizadas, que en este caso, dan como suma el número de dimensiones P . Lógicamente, debe ocurrir que la suma de las varianzas asociadas a cada índice Z_i , es decir, la suma de los valores propios λ_i , sea igual a la traza de \mathbf{R} :

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p = r_{11} + r_{22} + \dots + r_{pp} \quad (13)$$

Lo que se espera del análisis de los componentes principales es que la suma de unos cuantos de los primeros λ_i sea prácticamente igual a la traza de \mathbf{R} , teniéndose así que sólo unos cuantos valores propios, y por consiguiente, unos cuantos índices Z_i , den cuenta de casi toda la varianza. Simbólicamente:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_m \approx r_{11} + r_{22} + \dots + r_{pp}, \quad (14)$$

donde $m < P$, y donde la suma $\lambda_{m+1} + \lambda_{m+2} + \dots + \lambda_p$ pueda considerarse despreciable (Manly, 1986).

Aplicando los argumentos anteriores a nuestro caso particular, tenemos un par de matrices \mathbf{R} , una para hombres y otra para mujeres, dadas por los valores en los cuadros 3.3 y 3.4. A partir de estos cuadros confirmamos que se cumple la ecuación (9). Se procede a encontrar los valores y vectores propios de ambas matrices. Se presentan en el siguiente cuadro los resultados encontrados.¹¹

Cuadro 3.5. Componentes, valores y vectores propios asociados a la matriz de correlación \mathbf{R} . Hombres.

Componente	Valor propio	Vector propio, coeficiente de...					
		X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	5.8856	-0.3945	-0.4112	-0.4101	-0.4092	-0.4121	-0.4122
2	0.1137	0.8600	-0.2077	-0.2977	-0.3548	0.0491	-0.0165
3	0.0007	-0.3220	0.0132	-0.2718	-0.5011	0.5861	0.4771
4	0.0000	0.0003	-0.2015	-0.3256	0.2900	-0.4904	0.7272
5	0.0000	-0.0323	-0.5281	-0.3235	0.5795	0.4937	-0.1893
6	0.0000	-0.0054	-0.6842	0.6772	-0.1887	0.0073	0.1939

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 3.6. Componentes, valores y vectores propios asociados a la matriz de correlación \mathbf{R} . Mujeres.

Componente	Valor propio	Vector propio, coeficiente de...					
		X1	X2	X3	X4	X5	X6
1	5.8648	-0.3919	-0.4123	-0.4101	-0.4096	-0.4126	-0.4126
2	0.1342	0.8602	-0.1473	-0.3181	-0.3441	0.0907	-0.1027
3	0.0010	-0.3222	0.1991	-0.3798	-0.4537	0.6414	0.2994
4	0.0000	-0.0300	0.0013	-0.4209	0.5877	0.4143	-0.5522
5	0.0000	0.0324	0.1551	-0.6380	0.3364	-0.4162	0.5306
6	0.0000	0.0281	0.8629	-0.0473	-0.2097	-0.2554	-0.3783

Fuente: elaboración propia.

Al tener seis variables, tenemos una matriz de 6 x 6, por lo que obtenemos seis valores propios con otros tantos vectores propios. En los cuadros 3.5 y 3.6 podemos observar que los valores propios λ_i se han numerado en orden descendente, de mayor a menor, indicado por el número de componente. A

¹¹ Véase el anexo para la verificación de las soluciones encontradas mediante *Mathematica*.

cada λ_i le corresponde un vector propio V_i , cuyas componentes son el conjunto de seis números a la derecha de cada valor propio. Puede verificarse que la ecuación (12) se cumple, teniendo así una serie de vectores propios unitarios. Por otra parte, la suma de los valores propios, tanto para el caso masculino como para el caso femenino, coincide con la suma de la traza de sus respectivas matrices de correlación R ; es decir, se satisface la ecuación (13). De hecho, los valores propios asociados al componente 4, 5 y 6, son cero hasta cuatro cifras decimales, por lo que la suma de los tres primeros bastará para dar cuenta de toda la varianza. Estrictamente hablando, dichos valores propios no son exactamente cero; más bien, sus valores son tan pequeños que, hasta cuatro cifras decimales, pueden considerarse como cero. Sin embargo, lo sobresaliente es que tanto para hombres y mujeres, prácticamente el 98% de la varianza total se encuentra asociada al primer componente, por lo que, sin temor a perder gran información, bien se podría reducir el problema de seis a sólo una dimensión.¹² Más aún, considerando los dos primeros componentes, se abarca alrededor de 99.99 % de la varianza total, en el caso masculino, y 99.98 % para el caso femenino. Por lo tanto, se considerará para el análisis a los dos primeros índices, dado que los demás dan cuenta de una proporción despreciable de la varianza total; la ecuación (14) queda satisfecha con valores $m = 2$ y $P = 6$.

Para construir los índices, basta recurrir a la ecuación (11). Así, se obtiene que, para el caso masculino:

$$\begin{aligned} Z_{1H} &= -0.3945 X_1 - 0.4112 X_2 - 0.4101 X_3 - 0.4092 X_4 - 0.4121 X_5 - 0.4122 X_6 \\ Z_{2H} &= 0.8600 X_1 - 0.2077 X_2 - 0.2977 X_3 - 0.3548 X_4 + 0.0491 X_5 - 0.0165 X_6 \end{aligned} \quad (15)$$

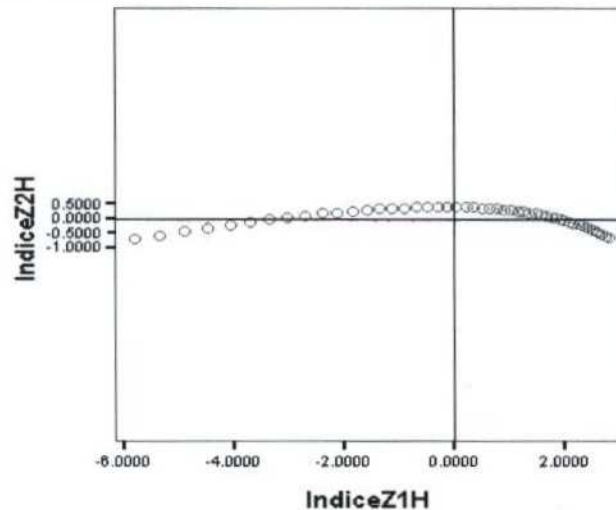
mientras que para el caso femenino:

$$\begin{aligned} Z_{1M} &= -0.3919 X_1 - 0.4123 X_2 - 0.4101 X_3 - 0.4096 X_4 - 0.4126 X_5 - 0.4126 X_6 \\ Z_{2M} &= 0.8602 X_1 - 0.1473 X_2 - 0.3181 X_3 - 0.3441 X_4 + 0.0907 X_5 - 0.1027 X_6 \end{aligned} \quad (16)$$

¹² Esto se debe a la gran correlación existente entre las seis variables, pues entre más correlación exista, más se podrá reducir el número de variables a sólo unas cuantas índices.

Así, de tener originalmente seis dimensiones se ha logrado reducir el problema a sólo dos. De esta manera, *si existe un patrón de los datos en el espacio real seis-dimensional, ese mismo patrón podrá ser observado ahora en el plano*, donde los ejes ortogonales son los índices Z_1 y Z_2 , dados por las ecuaciones (15) y (16). Procede ahora evaluar los índices Z_1 y Z_2 , tanto para hombres como para mujeres. De esta manera, tendremos un valor de Z_1 y Z_2 para cada conjunto de valores. Es decir, cada caso está compuesto por un conjunto de seis valores en las variables de X_1 a X_6 . Cada uno de estos valores, evaluado en los índices, generará un nuevo valor; ya para Z_1 , ya para Z_2 . Así, se tendrá una nube de puntos en el plano, a partir de la cual se podrá observar si existe un patrón entre ellos.¹³ Una vez obtenidos los valores, las gráficas se muestran a continuación.

Gráfica 3.6. Distribución de puntos para los índices Z_1 y Z_2 , Hombres.



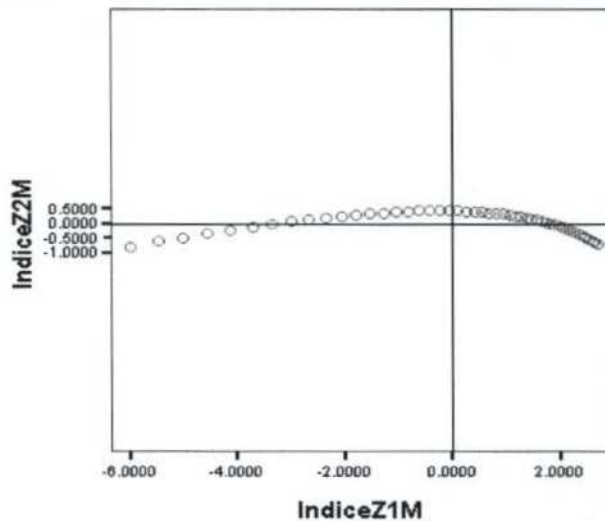
Fuente: elaboración propia.

La ligera desviación de la horizontal que se observa en las gráficas, es producto de la parte de la varianza con la que contribuye el índice Z_2 . Se observa claramente que el principal componente, y el que más contribuye a la varianza, es el índice Z_1 . Puede observarse que existe un patrón en las nubes de puntos y que, además, es muy similar en ambas gráficas. Éste consiste en una región, situada a la derecha, en la que los puntos están muy cerca entre sí, tan cerca que prácticamente se llegan a confundir entre ellos, pero conforme nos movemos hacia la izquierda se van diferenciando cada vez más.

¹³ Véase en el anexo D las tablas de valores de los índices Z_1 y Z_2 , para hombres y mujeres.

De esta manera, los puntos que están más a la derecha forman grupos más densos debido a su cercanía geométrica, mientras que hacia la izquierda, la densidad de puntos se reduce debido a la lejanía geométrica de los mismos. Para tener una idea, entre los valores 1.5 y 3.0 para el índice Z_1 , se encuentran cerca del 40% de los puntos de la distribución para ambos sexos.¹⁴ En otras palabras, en poco menos del 20% del rango que abarca Z_1 se encuentra casi el 40% de los datos. La idea de formar conglomerados de puntos en función de su cercanía cobra ahora más sentido al ver el patrón gráfico.

Gráfica 3.7. Distribución de puntos para los índices Z_1 y Z_2 , Mujeres.



Fuente: elaboración propia.

A partir de la simple vista, podría formarse una idea de cuáles son las regiones de puntos en los que la separación es más parecida y, por tanto, obtener así cierto número de conglomerados. Aunque las distribuciones de puntos para hombres y mujeres tienen básicamente la misma forma, pareciera que las regiones de homogeneidad de los grupos de puntos difieren. Eso significa que si somos capaces de etiquetar a cada punto con la edad exacta a la que corresponde, automáticamente se obtendrían grupos de edad para las edades avanzadas y que estos grupos de edad no serían exactamente los mismos entre sexos. La especulación, a partir de la simple vista, sobre cuántos grupos diferentes existen en el patrón de los gráficos, podría acarrear serios errores de apreciación en cuanto a las distancias. Por lo tanto, será necesario establecer un criterio mediante el cual se pueda determinar la lejanía (disimilaridad) entre los

¹⁴ Véase la tabla completa en el anexo D.

puntos y establecer, desde ese criterio, grupos homogéneos en cuanto a que la distancia entre los del mismo grupo sea similar. Tanto el criterio como la técnica que permitirán crear los grupos de puntos los ofrece el *análisis de conglomerados*.

3.4 Determinación de grupos homogéneos. Análisis de conglomerados.

Dado un conjunto de n objetos, cada uno de los cuales tiene un valor en ciertas P variables, el objetivo del *análisis de conglomerados* es el de proporcionar un criterio para agrupar los n objetos en clases tales que los más *similares* se encuentren en la misma clase. La noción de similaridad está relacionada con la distancia geométrica entre los puntos; es decir, la *distancia euclídea*. Si bien existen varios tipos de algoritmos relacionados al análisis de conglomerados, en nuestro caso utilizaremos el *análisis de conglomerados jerárquico*.¹⁵ Éste puede ser aglomerativo, o bien, divisivo. En el primero de éstos, se considera a cada objeto inicialmente como un conglomerado; posteriormente, aquellos más cercanos van fundiéndose hasta llegar a un solo grupo en el que se encuentran todos los objetos. En el segundo, el proceso es justamente lo contrario. Consideraremos en este trabajo el análisis de conglomerados jerárquico aglomerativo.

Para formar los grupos de puntos, es necesario comenzar identificando aquel par, entre todos, que se encuentre a una distancia mínima. En ese sentido, podemos pensar que son los más similares y, por lo tanto, considerárseles en un mismo conglomerado. Sin embargo, existe el problema de, una vez formado un conglomerado, cómo definir la distancia de éste a otros puntos o incluso a otros conglomerados. Los tres criterios más sencillos son el de la *vinculación con el vecino más cercano*, *vinculación con el vecino más lejano* y el de la *vinculación promedio entre grupos*.¹⁶

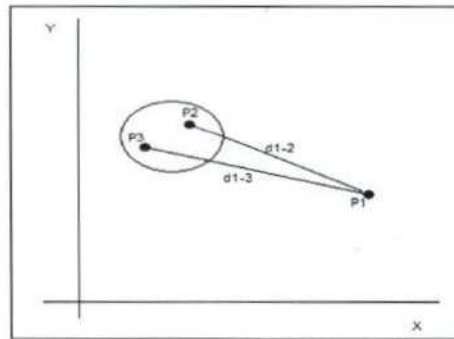
Considérese el esquema 3.1. En él se observan tres puntos, dos de los cuales, dada su cercanía, se han considerado en un solo conglomerado. El primero de los criterios de vinculación, el del *vecino más cercano*, consideraría la distancia $d_{1,2}$ como la distancia entre el conglomerado, como un todo, y el

¹⁵ Véase el anexo E para más detalles sobre los métodos de aglomeración.

¹⁶ Nearest neighbour linkage, furthest neighbour linkage y group average linkage, respectivamente.

punto P_1 , ya que esta es la distancia más corta entre dicho punto y uno de los puntos del conglomerado. A su vez, el criterio del *vecino más lejano* consideraría la distancia d_{1-3} como la distancia entre el conglomerado y el punto, ya que es la distancia entre los puntos más lejanos en cuestión.

Esquema 3.1 Distancias entre puntos.



Finalmente, el criterio de la *vinculación promedio* entre grupos consideraría al *promedio* de las distancias d_{1-2} y d_{1-3} como la distancia entre el conglomerado y el punto. Del mismo modo, si se tratara de dos conglomerados con varios puntos cada uno, el primer criterio tomaría la distancia más cercana entre puntos de los diferentes conglomerados; el segundo criterio tomaría la más lejana, y el tercero consideraría al *promedio* de las distancias entre todos los pares de puntos entre los conglomerados. Puede pensarse que el tercero de los métodos de vinculación presenta la ventaja, sobre los dos primeros, de aprovechar la información de todos los miembros de los dos conglomerados en comparación. Dado lo anterior, se considerará para el análisis de nuestros datos el criterio de *vinculación promedio entre grupos*.¹⁷

La distancia euclídea se considera como medida de *disimilaridad*. A mayor distancia entre dos casos, mayor disimilaridad y viceversa. Ésta se expresa como:

$$\sqrt{\sum_i (X_i - Y_i)^2}; \quad (17)$$

esto es, la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores de las variables. Una forma alternativa de medida de similaridad, que en esencia es la misma, es tomar el cuadrado de

¹⁷ Además de éstos, existen otros criterios de vinculación. Véase el anexo E.

(17), es decir, la distancia euclídea al cuadrado. Adoptaremos la distancia euclídea al cuadrado como medida de disimilaridad.

El paquete estadístico que se usará para la aplicación del análisis de conglomerados será el *Statistical Package for Social Sciences*, (SPSS). Los conglomerados se construirán partiendo de la distribución de puntos de los gráficos 3.6 y 3.7; es decir, que para efectos del análisis en SPSS, los conglomerados se formarán considerando los valores en los índices Z_1 y Z_2 .

Con respecto al caso masculino, el cuadro 3.7 muestra el historial de conglomeración. En él, puede observarse etapa por etapa los casos y/o conglomerados que se fusionan, así como la distancia de fusión por medio de los *coeficientes*. Así, los casos iniciales 3 y 4 son los primeros en fusionarse debido a que son el par más cercano, a una *distancia euclídea cuadrada* de 0.006. A partir de ese momento, formarán un solo conglomerado identificado por el número 3. La próxima etapa en la que se vuelve a fusionar es en la 10, con el caso número 5 a una distancia de 0.014. La próxima fusión es la etapa 21 con el conglomerado 1 (éste último, resultado de la fusión en la etapa 2 de los casos 1 y 2) a una distancia de 0.042, y se volverán a fusionar hasta la etapa 37, y así sucesivamente. De esta manera puede seguirse la historia aglomerativa de todos los casos.

Si bien puede resultar conveniente poder seguir la historia aglomerativa de cada caso, también es de interés poder tener un esquema gráfico que permita observar de manera rápida y general los casos aglomerados y las distancias de aglomeración. Para esto es de gran utilidad el *dendrograma*, gráfico en el que los conglomerados están representados mediante trazos horizontales y las etapas de fusión mediante trazos verticales. La separación entre las etapas de fusión es proporcional a la distancia a la que se están fundiendo los elementos en esa etapa, tomando una escala estandarizada de 25 puntos; esto es, se asigna este valor a la máxima distancia entre casos. De esta manera, las fusiones entre elementos muy próximos podrían no ser apreciadas y confundirse en un solo trazo vertical; aún así, el dendrograma es muy útil para evaluar la homogeneidad de los conglomerados, facilitando la decisión sobre el número idóneo de los mismos.

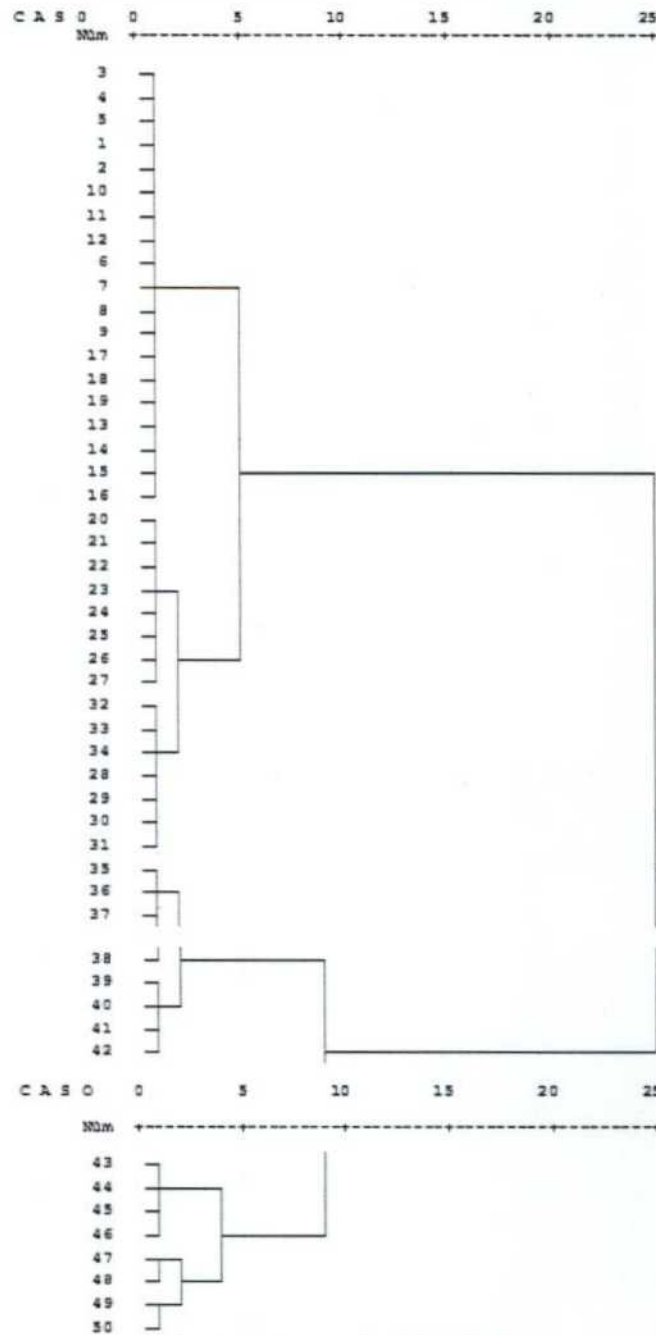
Cuadro 3.7 Historial de conglomeración. Hombres.

Etapa	Conglomerados combinados		Coeficientes	Etapa en la que el conglomerado aparece por primera vez		Próxima etapa
	Conglomerado 1	Conglomerado 2		Conglomerado 1	Conglomerado 2	
1	3	4	0.006	0	0	10
2	1	2	0.006	0	0	21
3	6	7	0.006	0	0	18
4	8	9	0.006	0	0	18
5	10	11	0.007	0	0	13
6	13	14	0.008	0	0	20
7	15	16	0.009	0	0	20
8	17	18	0.010	0	0	16
9	20	21	0.012	0	0	23
10	3	5	0.014	1	0	21
11	22	23	0.014	0	0	23
12	24	25	0.017	0	0	26
13	10	12	0.018	5	0	29
14	26	27	0.019	0	0	26
15	28	29	0.025	0	0	31
16	17	19	0.026	8	0	32
17	30	31	0.028	0	0	31
18	6	8	0.029	3	4	29
19	32	33	0.036	0	0	27
20	13	15	0.038	6	7	32
21	1	3	0.042	2	10	37
22	35	36	0.045	0	0	36
23	20	22	0.059	9	11	38
24	37	38	0.060	0	0	36
25	39	40	0.078	0	0	39
Etapa	Conglomerados combinados		Coeficientes	Etapa en la que el conglomerado aparece por primera vez		Próxima etapa
	Conglomerado 1	Conglomerado 2		Conglomerado 1	Conglomerado 2	
26	24	26	0.081	12	14	38
27	32	34	0.091	19	0	40
28	41	42	0.095	0	0	39
29	6	10	0.097	18	13	37
30	43	44	0.121	0	0	41
31	28	30	0.121	15	17	40
32	13	17	0.134	20	16	42
33	45	46	0.145	0	0	41
34	47	48	0.184	0	0	43
35	49	50	0.232	0	0	43
36	35	37	0.242	22	24	44
37	1	6	0.264	21	29	42
38	20	24	0.288	23	26	45
39	39	41	0.373	25	28	44
40	28	32	0.442	31	27	45
41	43	45	0.594	30	33	46
42	1	13	0.793	37	32	47
43	47	49	0.963	34	35	46
44	35	39	1.246	36	39	48
45	20	28	1.426	38	40	47
46	43	47	3.142	41	43	48
47	1	20	4.005	42	45	49
48	35	43	8.233	44	46	49
49	1	35	23.491	47	48	0

Fuente: Historial de conglomeración. Salida de SPSS. Elaboración propia.

Esquema 4.2 Dendrograma. Hombres.

Combinación de Conglomerados. Distancia Reescalada.



Fuente: Dendrograma de salida de SPSS

Es claro que las fusiones cercanas al origen de la escala del dendrograma indican que el conglomerado es bastante homogéneo, mientras que las fusiones más cercanas al final de la escala indican mayor heterogeneidad, por lo que el número de conglomerados dependerá del grado de homogeneidad que se desee. Así, el número de conglomerados solución puede no es único. Si pensamos

en mantener cierta homogeneidad, será necesario considerar aquellos conglomerados no muy alejados del origen de la escala del dendrograma.

Cuadro 3.8 Conglomerado de pertenencia. Solución de 3 a 7 conglomerados (*clusters*). Hombres.

Caso	E. Exacta	7 Clusters	6 Clusters	5 Clusters	4 Clusters	3 Clusters
1	50	1	1	1	1	1
2	51	1	1	1	1	1
3	52	1	1	1	1	1
4	53	1	1	1	1	1
5	54	1	1	1	1	1
6	55	1	1	1	1	1
7	56	1	1	1	1	1
8	57	1	1	1	1	1
9	58	1	1	1	1	1
10	59	1	1	1	1	1
11	60	1	1	1	1	1
12	61	1	1	1	1	1
13	62	1	1	1	1	1
14	63	1	1	1	1	1
15	64	1	1	1	1	1
16	65	1	1	1	1	1
17	66	1	1	1	1	1
18	67	1	1	1	1	1
19	68	1	1	1	1	1
20	69	2	2	2	2	1
21	70	2	2	2	2	1
22	71	2	2	2	2	1
23	72	2	2	2	2	1
24	73	2	2	2	2	1
25	74	2	2	2	2	1
26	75	2	2	2	2	1
27	76	2	2	2	2	1
28	77	3	3	2	2	1
29	78	3	3	2	2	1
30	79	3	3	2	2	1
31	80	3	3	2	2	1
32	81	3	3	2	2	1
33	82	3	3	2	2	1
34	83	3	3	2	2	1
35	84	4	4	3	3	2
36	85	4	4	3	3	2
37	86	4	4	3	3	2
38	87	4	4	3	3	2
39	88	5	4	3	3	2
40	89	5	4	3	3	2
41	90	5	4	3	3	2
42	91	5	4	3	3	2
43	92	6	5	4	4	3
44	93	6	5	4	4	3
45	94	6	5	4	4	3
46	95	6	5	4	4	3
47	96	7	6	5	4	3
48	97	7	6	5	4	3
49	98	7	6	5	4	3
50	99	7	6	5	4	3

Fuente: Cuadro de salida de conglomerado de pertenencia, SPSS. Elaboración propia.

Inicialmente se podría pensar en una solución de 4 conglomerados; el primero de ellos aquel que en el dendrograma muestra como extremos los casos 3 y 16 (3-16), el segundo aquél cuyos extremos son los casos 20 y 31 (20-31), el tercero, con extremos 35 y 42 (35-42), y el cuarto con extremos 43 y 50 (43-50). Una solución de 5 conglomerados sería aquella formada por (3-16), (20-31), (32-31), (35-42), (43-46) y (47-50). Del mismo modo, podemos pensar en ir subdividiendo hasta llegar a 7 conglomerados. Los posibles números de conglomerados solución se representan en el siguiente

cuadro, donde se indica a qué conglomerado pertenece cada caso. Se incluye en el cuadro 3.8 una columna para observar la edad exacta asociada a cada número de caso, de tal manera que la división de los casos en conglomerados implica al mismo tiempo una división de la edad exacta. Se incluyeron soluciones desde 3 hasta 7 conglomerados.

La solución de 3 conglomerados es la más heterogénea de todas; incluye casos desde 50 hasta 83 años, 84 a 91 años y 92 a 99 años. Al pasar de la solución de 3 a 4 conglomerados, se observa la partición del primer grupo, obteniéndose grupos de 50 a 68 años, de 69 a 83, manteniéndose el resto igual. En la solución de 5 conglomerados se divide el último grupo, resultando en la agrupación de 92 a 95 años y 96 a 99 años. Al pasar de la solución de 5 a 6 conglomerados, se observa la partición de un grupo intermedio, resultando en dos grupos de 69 a 76 años y de 77 a 83 años. Por último, en la solución de 7 conglomerados se divide el cuarto conglomerado, de la solución de 6, resultando en dos grupos, de 84 a 87 años y de 88 a 91 años. En realidad, se pueden seguir haciendo más y más divisiones hasta llegar al extremo de que cada caso sea un conglomerado en sí mismo. Precisamente, el análisis de conglomerados jerárquico partió de tal condición y fue agrupando los casos en conglomerados cada vez más grandes. De esta manera, puede pensarse que lo que se observa en el cuadro 4.8 es una sección del proceso de conglomeración jerárquico, donde es posible observar las agrupaciones que se van formando partiendo de 7 conglomerados hasta llegar a 3 conglomerados y en la cual es posible hacer la discusión sobre la homogeneidad e idoneidad del número de conglomerados solución.

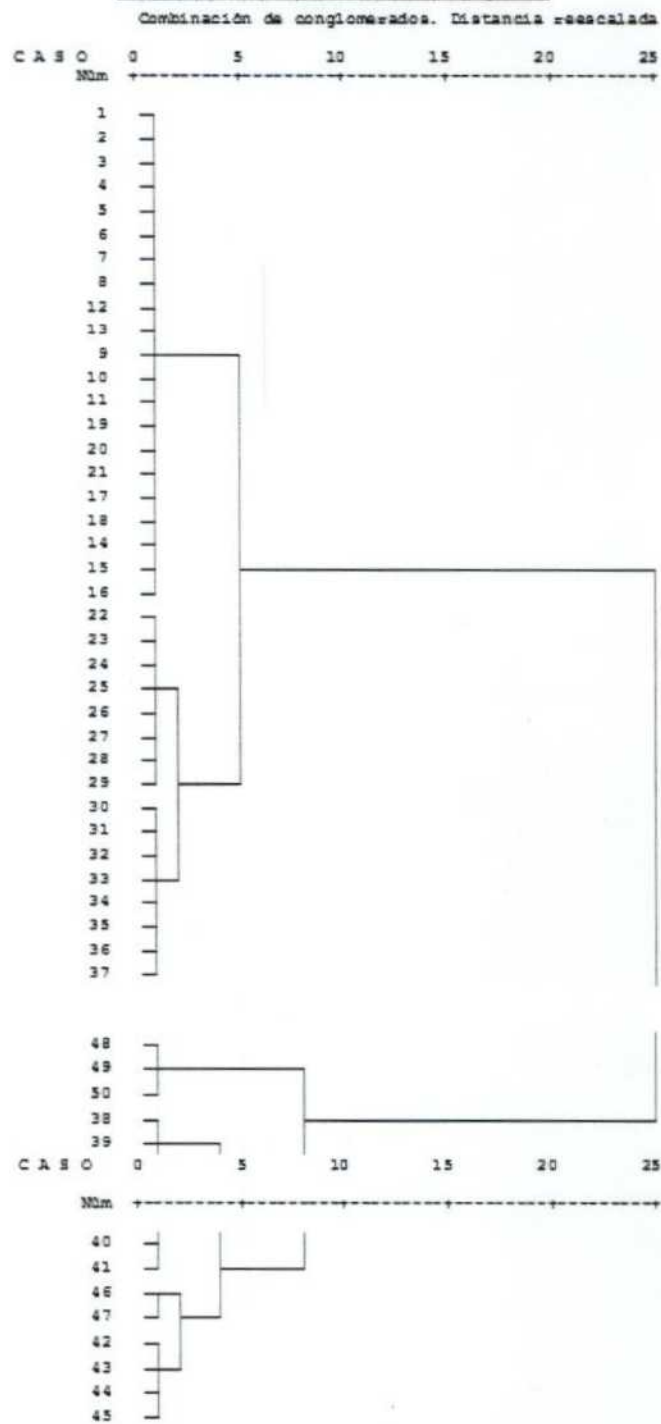
La discusión sobre los conglomerados para el caso masculino es completamente aplicable al caso femenino. Se muestra el historial de conglomeración, el dendrograma y las distintas soluciones en el cuadro de pertenencia.

Cuadro 3.9 Historial de conglomeración. Mujeres.

Etapa	Conglomerados combinados		Coeficientes	Etapa en la que el conglomerado aparece por primera vez		Próxima etapa
	Conglomerado 1	Conglomerado 2		Conglomerado 1	Conglomerado 2	
1	1	2	0.005	0	0	16
2	3	4	0.005	0	0	16
3	5	6	0.006	0	0	18
4	9	10	0.006	0	0	12
5	7	8	0.006	0	0	18
6	12	13	0.007	0	0	22
7	14	15	0.008	0	0	14
8	17	18	0.009	0	0	24
9	19	20	0.010	0	0	19
10	22	23	0.012	0	0	25
11	24	25	0.016	0	0	25
12	9	11	0.016	4	0	22
13	26	27	0.018	0	0	28
14	14	16	0.021	7	0	24
15	28	29	0.022	0	0	28
16	1	3	0.024	1	2	29
17	30	31	0.027	0	0	31
18	5	7	0.027	3	5	29
19	19	21	0.028	9	0	33
20	32	33	0.035	0	0	31
21	34	35	0.043	0	0	35
22	9	12	0.049	12	6	37
23	36	37	0.054	0	0	35
24	14	17	0.061	14	8	33
25	22	24	0.064	10	11	38
Etapa	Conglomerados combinados		Coeficientes	Etapa en la que el conglomerado aparece por primera vez		Próxima etapa
	Conglomerado 1	Conglomerado 2		Conglomerado 1	Conglomerado 2	
26	38	39	0.071	0	0	39
27	40	41	0.089	0	0	39
28	26	28	0.091	13	15	38
29	1	5	0.104	16	18	37
30	42	43	0.114	0	0	40
31	30	32	0.141	17	20	42
32	44	45	0.146	0	0	40
33	14	19	0.176	24	19	43
34	46	47	0.189	0	0	44
35	34	36	0.219	21	23	42
36	48	49	0.251	0	0	41
37	1	9	0.302	29	22	43
38	22	26	0.320	25	28	45
39	38	40	0.357	26	27	46
40	42	44	0.591	30	32	44
41	48	50	0.681	36	0	48
42	30	34	0.725	31	35	45
43	1	14	0.927	37	33	47
44	42	46	1.616	40	34	46
45	22	30	1.957	38	42	47
46	38	42	3.344	39	44	48
47	1	22	5.027	43	45	49
48	38	48	8.250	46	41	49
49	1	38	25.787	47	48	0

Fuente: Historial de conglomeración. Salida de SPSS. Elaboración propia.

Esquema 3.3. Dendrograma. Mujeres.



Fuente: Dendrograma de salida de SPSS

Cuadro 3.10 Conglomerado de pertenencia. Solución de 3 a 7 conglomerados (clusters). Mujeres.

Caso	Exacta.	7 Clusters	6 Clusters	5 Clusters	4 Clusters	3 Clusters
1	50	1	1	1	1	1
2	51	1	1	1	1	1
3	52	1	1	1	1	1
4	53	1	1	1	1	1
5	54	1	1	1	1	1
6	55	1	1	1	1	1
7	56	1	1	1	1	1
8	57	1	1	1	1	1
9	58	1	1	1	1	1
10	59	1	1	1	1	1
11	60	1	1	1	1	1
12	61	1	1	1	1	1
13	62	1	1	1	1	1
14	63	1	1	1	1	1
15	64	1	1	1	1	1
16	65	1	1	1	1	1
17	66	1	1	1	1	1
18	67	1	1	1	1	1
19	68	1	1	1	1	1
20	69	1	1	1	1	1
21	70	1	1	1	1	1
22	71	2	2	2	2	1
23	72	2	2	2	2	1
24	73	2	2	2	2	1
25	74	2	2	2	2	1
26	75	2	2	2	2	1
27	76	2	2	2	2	1
28	77	2	2	2	2	1
29	78	2	2	2	2	1
30	79	3	3	2	2	1
31	80	3	3	2	2	1
32	81	3	3	2	2	1
33	82	3	3	2	2	1
34	83	3	3	2	2	1
35	84	3	3	2	2	1
36	85	3	3	2	2	1
37	86	3	3	2	2	1
38	87	4	4	3	3	2
39	88	4	4	3	3	2
40	89	4	4	3	3	2
41	90	4	4	3	3	2
42	91	5	5	4	3	2
43	92	5	5	4	3	2
44	93	5	5	4	3	2
45	94	5	5	4	3	2
46	95	6	5	4	3	2
47	96	6	5	4	3	2
48	97	7	6	5	4	3
49	98	7	6	5	4	3
50	99	7	6	5	4	3

Fuente: Cuadro de salida de conglomerado de pertenencia, SPSS. Elaboración propia.

3.5 Discusión de los resultados.

Comparando los resultados de los grupos de edad de hombres y mujeres, se encuentra que existe cierta semejanza en ellos. Se observa que el primer conglomerado permanece indivisible en todas las soluciones de 4 a 7 conglomerados, lo que significa que existe alta homogeneidad en este conglomerado. En el caso masculino, éste abarca de 50 hasta 68 años mientras que en el femenino, de 50 a 70 años.

Yendo de soluciones de menos a más conglomerados, se observa también que tanto en hombres como mujeres los grupos que muestran menos homogeneidad son los de edades más avanzadas, siendo

mujeres, en el plano $Z_1 - Z_2$, lo que se traduce en conglomerados que abarcan diferente número de caso y a su vez, diferentes edades exactas.¹⁸

Cuadro 3.11. División de las edades de 50 años y más. Solución de 6 conglomerados. Hombres y Mujeres.

E. Exacta	Conglomerados (H)	Conglomerados (M)
50	1	1
51	1	1
52	1	1
53	1	1
54	1	1
55	1	1
56	1	1
57	1	1
58	1	1
59	1	1
60	1	1
61	1	1
62	1	1
63	1	1
64	1	1
65	1	1
66	1	1
67	1	1
68	1	1
69	2	1
70	2	1
71	2	2
72	2	2
73	2	2
74	2	2
75	2	2
76	2	2
E. Exacta	Conglomerados (H)	Conglomerados (M)
77	3	2
78	3	2
79	3	3
80	3	3
81	3	3
82	3	3
83	3	3
84	4	3
85	4	3
86	4	3
87	4	4
88	4	4
89	4	4
90	4	4
91	4	5
92	5	5
93	5	5
94	5	5
95	5	5
96	6	5
97	6	6
98	6	6
99	6	6

Fuente: Cuadro de salida de conglomerado de pertenencia, SPSS. Elaboración propia.

Sin embargo, debe notarse que el primer grupo de edad es consistente con las observaciones realizadas previamente al análisis de los componentes principales y de conglomerados, en las que ya se había afirmado que hasta 70 años, aproximadamente, hombres y mujeres muestran un patrón similar de

¹⁸ No obstante, debe recordarse que la parte de la varianza de que da cuenta el índice Z_2 también influye en la distancia geométrica entre los puntos. Desde el momento en que dicho índice da cuenta de diferente porcentaje de varianza en hombres y en mujeres, influye de distinto modo en la desviación de la nube de puntos respecto al eje Z_1 , lo cual también se refleja en los grupos de edad.

evolución en las prevalencias. Después, dada la naturaleza del proceso femenino y masculino, los grupos de edad difieren

En el cuadro 3.12 podemos ver la rapidez instantánea promedio por grupo de edad, en hombres y mujeres. La naturaleza acelerada del proceso de disfuncionalidad sigue apreciándose al observar los cambios en la rapidez media que se producen al pasar de un grupo a otro.

Finalmente, se muestran en el cuadro 3.13 los cambios en la velocidad media por grupo de edad.

Cuadro 3.12 Rapidez instantánea promedio por grupo de edad exacta, según sexo y según dificultad en las AVD.

Grupos de edad	Rapidez instantánea promedio en la prevalencia				
	dCaminaH-A	dBañarH-A	dComerH-A	dLevantaH-A	dSanitaH-A
50-68	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
69-76	0.7	0.6	0.3	0.5	0.4
77-83	1.1	0.9	0.5	0.7	0.6
84-91	1.8	1.5	0.8	1.0	0.8
92-95	2.5	2.3	1.2	1.3	1.1
96-99	3.2	3.0	1.6	1.5	1.3
Grupos de edad	Rapidez instantánea promedio en la prevalencia				
	dCaminaM-A	dBañarM-A	dComerM-A	dLevantaM-A	dSanitaM-A
50-70	0.4	0.3	0.2	0.3	0.3
71-78	0.9	0.8	0.5	0.7	0.7
79-86	1.5	1.6	0.9	1.0	1.1
87-90	2.2	2.4	1.5	1.3	1.5
91-96	3.0	3.6	2.2	1.6	2.0
97-99	4.0	5.0	3.1	2.0	2.7

Fuente: elaboración propia.

Cuadro 3.13 Cambio en la rapidez instantánea promedio, según sexo y según dificultad en las AVD.

Grupos de edad	Cambio en la rapidez instantánea promedio en la prevalencia				
	dCaminaH-A	dBañarH-A	dComerH-A	dLevantaH-A	dSanitaH-A
(50-68)-(69-76)	0.4	0.4	0.2	0.2	0.2
(69-76)-(77-83)	0.4	0.3	0.2	0.2	0.2
(77-83)-(84-91)	0.7	0.6	0.3	0.3	0.2
(84-91)-(92-95)	0.7	0.8	0.4	0.3	0.3
(92-95)-(96-99)	0.7	0.7	0.4	0.2	0.2
Grupos de edad	Cambio en la rapidez instantánea promedio en la prevalencia				
	dCaminaM-A	dBañarM-A	dComerM-A	dLevantaM-A	dSanitaM-A
(50-70)-(71-78)	0.5	0.5	0.3	0.4	0.4
(71-78)-(79-86)	0.6	0.8	0.4	0.3	0.4
(79-86)-(87-90)	0.7	0.8	0.6	0.3	0.4
(87-90)-(91-96)	0.8	1.2	0.7	0.3	0.5
(91-96)-(97-99)	1.0	1.4	0.9	0.4	0.7

Fuente: elaboración propia.

Se confirma que los cambios en la velocidad media intergrupos son mayores en las mujeres que en los hombres. En general, en todas las prevalencias se observa mayor aceleración en el caso femenino; sin embargo, sobresale que las prevalencias en dificultad para comer y bañarse son las que más diferencia muestran. Precisamente, son estas prevalencias las dos que determinan mayor probabilidad condicional de padecer dificultad en la realización de las AVD.

Los análisis anteriores ya se habían realizado mediante la inspección del cuadro 3.1; sin embargo, en él se dividió de manera arbitraria a las diferentes edades y aunque permitió observar la aceleración del proceso, no había un fundamento para suponer que la velocidad media asociada a cada grupo realmente lo caracterizara. Ahora, con el resultado obtenido, tenemos una base para sustentar que cada grupo es homogéneo en el sentido de que podemos asignarles una velocidad media que lo caracterice. La base para sustentarlo radica en el criterio de aglomeración utilizado que, a su vez, se basó en la nube de puntos en el plano $Z_1 - Z_2$. Así, vemos ahora que la arbitrariedad de dividir simétricamente en grupos de 10 años sólo sirvió para observar la aceleración del proceso, mas no para caracterizar, mediante una velocidad media de grupo, a cada grupo de edad.

Conclusiones

Producto del avance en la transición demográfica, la población mundial, si bien a diferentes tiempos según las diferentes regiones de desarrollo, está envejeciendo. La situación del envejecimiento de la población en los países en desarrollo, incluido México, sobresale por la rapidez con la que está sucediendo en comparación con la historia de este proceso en los países desarrollados. Esta característica apremia a estas naciones por desarrollar análisis y generar conocimiento sobre su propio proceso de envejecimiento con la finalidad de afrontar de la mejor manera posible los retos que se avecinan.

Uno de los temas de importancia es el referente a la salud y la funcionalidad en las edades avanzadas. En este trabajo, se abordó el aspecto de la *funcionalidad*, en mexicanos(as) mayores de 50 años, medido por la dificultad en la realización de las AVD. Se propone integrar la información de las prevalencias en la dificultad para realizar las cinco AVD, junto con la edad, y poder así caracterizar, mediante los conceptos de *rapidez y aceleración* junto con la creación de grupos de edad, el *proceso de disfuncionalidad*, entendido como la evolución de las prevalencias en dificultad en las AVD.

Como resultado de esta investigación, cabe destacar los siguientes puntos:

- Son las mujeres las que muestran mayor rapidez en el proceso de disfuncionalidad, situación observable en los mayores cambios en las prevalencias que ellas muestran, de un año a otro, principalmente después de 70 años.
- Los cambios constantemente positivos en la rapidez del proceso de disfuncionalidad permiten concluir que el proceso es, tanto para hombres como mujeres, fundamentalmente *acelerado*, esto es, la velocidad del proceso se incrementa de manera sostenida al transcurrir el tiempo. La aceleración del proceso de disfuncionalidad femenino es mayor que el masculino, notable en las divergencias de las curvas de prevalencias.
- La dificultad para comer y bañarse son las dos condiciones que hacen más probable padecer dificultad para realizar las demás AVD, tanto en hombres como mujeres. Además, la aceleración

de las prevalencias en estas dos AVD son las que más diferencia mostraron al comparar entre hombres y mujeres.

- El análisis de conglomerados permitió construir y elegir entre varias soluciones para el número de grupos de edad. Estos grupos son diferentes para hombres y mujeres. La razón de esta diferencia radica en la distinta *aceleración asociada con los procesos de disfuncionalidad masculinos y femeninos*. Al tener estos procesos diferente aceleración, generan diferentes regiones de densidad en la nube de puntos, lo que se traduce finalmente en diferentes grupos de edad.
- Debe tenerse presente, para la interpretación de los grupos de edad, que *no se están comparando individuos, sino poblaciones*. Así, el hecho de que haya resultado un cierto grupo de edad significa que, dadas poblaciones de cada edad agrupada, estas pueden considerarse *similares* porque la rapidez de cambio en las prevalencias en estas poblaciones son lo *suficientemente parecidas* como para agruparlos en un mismo conjunto. Es decir, que los intervalos de edad representan regiones de rapidez de disfuncionalidad similar, i.e., *velocidad cuasi-constante*, para las poblaciones de las diferentes edades que abarcan. Esta interpretación es válida independientemente del sexo.
- Los grupos de edad en las edades más avanzadas son las que muestran menos homogeneidad. Es por eso que estos grupos se dividen al pasar de una solución de menos conglomerados a más conglomerados. La menor similaridad se debe a que la velocidad del proceso de disfuncionalidad cambia cada vez más debido a la aceleración del proceso. Esto produce regiones de muy poca densidad en la nube de puntos, lo que se traduce en grupos con muy pocas edades comunes.

De manera general, en este trabajo fue posible caracterizar el proceso de disfuncionalidad, en hombres y mujeres, mediante los conceptos de *rapidez y aceleración*, a partir de los cuales se contruyeron grupos de edad en los que poblaciones en esas edades pudieran considerarse similares en cuanto a una rapidez de disfuncionalidad. Sin embargo, se reconoce que hay mucho por tomar en cuenta

en el análisis. Si bien el sexo es un factor diferencial, es sabido que la diferencia en el nivel educativo en distintas poblaciones se manifiesta en diferentes niveles de disfuncionalidad. Lo mismo sucede con una multiplicidad de factores que también influyen en la respuesta funcional de un colectivo de individuos, tales como ingreso económico, alimentación, factores ambientales de riesgo, acceso a servicios médicos, predisposición genética y otros más. Se reconoce que este trabajo está lejos de ser exhaustivo en cuanto a considerar *todos* los factores que influyen en la evolución de la disfuncionalidad de una población. Así, al considerar sólo diferenciación por sexos, este trabajo aborda la problemática desde un nivel de descripción *general*. En ese sentido, se tiene la conciencia de la heterogeneidad que existe al interior de una población, pero también se es consciente de la imposibilidad que se tiene para realizar un análisis con tal nivel de diversificación debido a la limitación de los datos.

Aún con las limitaciones mencionadas, este trabajo da cabida a varias preguntas. Una de ellas es referente al tiempo de validez de tales grupos de edad y a partir de ésta se desprenden algunas otras. Si las condiciones de educación, ingreso económico, alimentación, servicios médicos, factores ambientales, etc., se modifican entre las nuevas cohortes, ¿en qué medida impactan estos cambios en los grupos de edad? ¿Es posible, a su vez, estudiar la evolución de los cambios en los grupos de edad como un proceso que dependa de una serie de factores bien definidos y medibles? Si se logran condiciones en las que se minimicen los riesgos de enfermedades, se logren condiciones de homogeneidad en el tipo de vida en la población, así como equidad de género, ¿provocaría esto una convergencia en los grupos de edad entre sexos? Igualmente, cabe preguntar, ¿existe una división última, o límite, en los grupos de edad, conforme se tienda a homogeneizar y mejorar las condiciones de vida de la población? Posiblemente, estas preguntas se encuentren ya en la frontera con la biología del envejecimiento.

Anexo A

A.1 Datos en bruto, datos centrados en edad exacta y ajuste de curvas. Los siguientes cuadros muestran los datos obtenidos directamente de la base de datos de la ENASEM, en la *sección H. funcionalidad y ayuda*. Se muestran los datos en las edades centradas, así como las prevalencias en la dificultad para realizar cada una de las AVD, según hombres y mujeres. Se incluyen las gráficas de las prevalencias ajustadas y los estadísticos respecto a las curvas de ajuste. Por último, se incluyen cuadros con la rapidez instantánea por edad exacta, para cada AVD, según hombres y mujeres.

Cuadro A.1 Casos seleccionados, por edad cumplida según hombres y mujeres, de la base de datos ENASEM, 2001.

Hombres seleccionados de la base de datos, por edad cumplida.				Mujeres seleccionadas de la base de datos, por edad cumplida.			
E.cumplida	Frecuencia	E.cumplida	Frecuencia	E.cumplida	Frecuencia	E.cumplida	Frecuencia
50	108	77	46	50	186	77	58
51	111	78	51	51	205	78	53
52	93	79	44	52	202	79	63
53	130	80	43	53	185	80	81
54	120	81	30	54	174	81	51
55	118	82	25	55	212	82	26
56	106	83	18	56	169	83	23
57	101	84	21	57	168	84	31
58	108	85	27	58	174	85	37
59	103	86	24	59	158	86	26
60	111	87	26	60	187	87	28
61	89	88	13	61	144	88	18
62	83	89	11	62	139	89	17
63	88	90	10	63	147	90	13
64	96	91	5	64	152	91	9
65	105	92	2	65	147	92	9
66	116	93	8	66	153	93	5
67	87	94	5	67	119	94	5
68	100	95	3	68	132	95	1
69	90	96	1	69	105	96	4
70	99	97	1	70	137	97	1
71	71	98	0	71	99	98	4
72	72	99	1	72	101	99	2
73	70	100	1	73	83	100	1
74	67	105	1	74	86	101	2
75	72			75	102	105	1
76	70	Total	3001	76	101	Total	4536

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001.

Cuadro A.2 Casos seleccionados centrados en edades exactas. Hombres y mujeres.

Casos seleccionados centrados en edad exacta (H)				Casos seleccionados centrados en edad exacta (M)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada
51	219	74	137	51	391	73	184
52	204	75	139	52	407	74	169
53	223	76	142	53	387	75	188
54	250	77	116	54	359	76	203
55	238	78	97	55	386	77	159
56	224	79	95	56	381	78	111
57	207	80	87	57	337	79	116
58	209	81	73	58	342	80	144
59	211	82	55	59	332	81	132
60	214	83	43	60	345	82	77
61	200	84	39	61	331	83	49
62	172	85	48	62	283	84	54
63	171	86	51	63	286	85	68
64	184	87	50	64	299	86	63
65	201	88	39	65	299	87	54
66	221	89	24	66	300	88	46
67	203	90	21	67	272	89	35
68	187	91	15	68	251	90	30
69	190	92	7	69	237	91	22
70	189	93	10	70	242	92	18
71	170	94	13	71	236	93	14
72	143	95	8	72	200	94	10
73	142						

Fuente: elaboración propia a partir del cuadro A.1.

Cuadro A.3.1 Casos de hombres con dificultad para caminar y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para caminar, por edad exacta. (H)				Prevalencia (%) en dificultad para caminar, por edad exacta. (H)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dCaminaH	E.exacta	dCaminaH
51	5	74	12	51	2.3	74	8.8
52	4	75	19	52	2.0	75	13.7
53	5	76	19	53	2.2	76	13.4
54	9	77	15	54	3.6	77	12.9
55	9	78	15	55	3.8	78	15.5
56	14	79	17	56	6.3	79	17.9
57	14	80	16	57	6.8	80	18.4
58	9	81	17	58	4.3	81	23.3
59	8	82	13	59	3.8	82	23.6
60	10	83	6	60	4.7	83	14.0
61	14	84	7	61	7.0	84	17.9
62	13	85	10	62	7.6	85	20.8
63	15	86	17	63	8.8	86	33.3
64	13	87	15	64	7.1	87	30.0
65	15	88	8	65	7.5	88	20.5
66	23	89	6	66	10.4	89	25.0
67	17	90	4	67	8.4	90	19.0
68	13	91	5	68	7.0	91	33.3
69	17	92	4	69	8.9	92	57.1
70	25	93	4	70	13.2	93	40.0
71	24	94	6	71	14.1	94	46.2
72	21	95	4	72	14.7	95	50.0
73	17			73	12.0		

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001.

Cuadro A.3.2 Casos de hombres con dificultad para bañarse y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para bañarse, por edad exacta. (H)				Prevalencia (%) en dificultad para bañarse, por edad exacta. (H)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dBañarH	E.exacta	dBañarH
51	6	74	10	51	2.7	74	7.3
52	4	75	12	52	2.0	75	8.6
53	2	76	12	53	0.9	76	8.5
54	5	77	10	54	2.0	77	8.6
55	7	78	12	55	2.9	78	12.4
56	7	79	14	56	3.1	79	14.7
57	7	80	11	57	3.4	80	12.6
58	9	81	11	58	4.3	81	15.1
59	9	82	9	59	4.3	82	16.4
60	5	83	5	60	2.3	83	11.6
61	5	84	7	61	2.5	84	17.9
62	6	85	11	62	3.5	85	22.9
63	10	86	13	63	5.8	86	25.5
64	10	87	10	64	5.4	87	20.0
65	6	88	7	65	3.0	88	17.9
66	8	89	5	66	3.6	89	20.8
67	9	90	3	67	4.4	90	14.3
68	12	91	5	68	6.4	91	33.3
69	17	92	5	69	8.9	92	71.4
70	19	93	2	70	10.1	93	20.0
71	15	94	3	71	8.8	94	23.1
72	14	95	3	72	9.8	95	37.5
73	14			73	9.9		

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001

Cuadro A.3.3 Casos de hombres con dificultad para comer y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para comer, por edad exacta. (H)				Prevalencia (%) en dificultad para comer, por edad exacta. (H)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dComerH	E.exacta	dComerH
51	1	74	5	51	0.5	74	3.6
52	1	75	4	52	0.5	75	2.9
53	1	76	5	53	0.4	76	3.5
54	4	77	6	54	1.6	77	5.2
55	6	78	5	55	2.5	78	5.2
56	4	79	8	56	1.8	79	8.4
57	2	80	7	57	1.0	80	8.0
58	3	81	5	58	1.4	81	6.8
59	5	82	3	59	2.4	82	5.5
60	4	83	3	60	1.9	83	7.0
61	5	84	5	61	2.5	84	12.8
62	4	85	4	62	2.3	85	8.3
63	5	86	5	63	2.9	86	9.8
64	6	87	5	64	3.3	87	10.0
65	3	88	4	65	1.5	88	10.3
66	5	89	3	66	2.3	89	12.5
67	5	90	3	67	2.5	90	14.3
68	3	91	5	68	1.6	91	33.3
69	7	92	3	69	3.7	92	42.9
70	11	93	0	70	5.8	93	0.0
71	7	94	1	71	4.1	94	7.7
72	6	95	1	72	4.2	95	12.5
73	7			73	4.9		

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001

Cuadro A.3.4 Casos de hombres con dificultad para levantarse y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para levantarse, por edad exacta. (H)				Prevalencia (%) en dificultad para levantarse, por edad exacta. (H)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dLevantaH	E.exacta	dLevantaH
51	11	74	11	51	5.0	74	8.0
52	9	75	16	52	4.4	75	11.5
53	7	76	16	53	3.1	76	11.3
54	8	77	14	54	3.2	77	12.1
55	14	78	15	55	5.9	78	15.5
56	21	79	17	56	9.4	79	17.9
57	16	80	13	57	7.7	80	14.9
58	16	81	10	58	7.7	81	13.7
59	22	82	7	59	10.4	82	12.7
60	17	83	6	60	7.9	83	14.0
61	16	84	9	61	8.0	84	23.1
62	14	85	11	62	8.1	85	22.9
63	15	86	12	63	8.8	86	23.5
64	15	87	9	64	8.2	87	18.0
65	12	88	6	65	6.0	88	15.4
66	16	89	3	66	7.2	89	12.5
67	12	90	4	67	5.9	90	19.0
68	8	91	5	68	4.3	91	33.3
69	14	92	2	69	7.4	92	28.6
70	24	93	5	70	12.7	93	50.0
71	19	94	7	71	11.2	94	53.8
72	12	95	4	72	8.4	95	50.0
73	12			73	8.5		

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001

Cuadro A.3.5 Casos de hombres con dificultad para usar el sanitario y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para usar el sanitario, por edad exacta. (H)				Prevalencia (%) en dificultad para usar el sanitario, por edad exacta. (H)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dSanitaH	E.exacta	dSanitaH
51	6	74	7	51	2.7	74	5.1
52	8	75	10	52	2.9	75	7.2
53	4	76	10	53	1.8	76	7.0
54	8	77	7	54	3.2	77	6.0
55	9	78	7	55	3.8	78	7.2
56	9	79	9	56	4.0	79	9.5
57	8	80	7	57	3.9	80	8.0
58	11	81	11	58	5.3	81	15.1
59	13	82	11	59	6.2	82	20.0
60	9	83	6	60	4.2	83	14.0
61	7	84	7	61	3.5	84	17.9
62	7	85	6	62	4.1	85	12.5
63	11	86	8	63	6.4	86	15.7
64	10	87	11	64	5.4	87	22.0
65	11	88	10	65	5.5	88	25.6
66	15	89	6	66	6.8	89	25.0
67	12	90	2	67	5.9	90	9.5
68	9	91	2	68	4.8	91	13.3
69	10	92	2	69	5.3	92	28.6
70	17	93	2	70	9.0	93	20.0
71	16	94	3	71	9.4	94	23.1
72	12	95	2	72	8.4	95	25.0
73	10			73	7.0		

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001

Cuadro A.4.1 Casos de mujeres con dificultad para caminar y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para caminar, por edad exacta. (M)				Prevalencia (%) en dificultad para caminar, por edad exacta. (M)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dCaminaM	E.exacta	dCaminaM
51	19	73	21	51	4.9	73	11.4
52	20	74	21	52	4.9	74	12.4
53	18	75	27	53	4.7	75	14.4
54	14	76	32	54	3.9	76	15.8
55	15	77	28	55	3.9	77	17.6
56	16	78	20	56	4.2	78	18.0
57	14	79	23	57	4.2	79	19.8
58	18	80	29	58	5.3	80	20.1
59	18	81	29	59	5.4	81	22.0
60	19	82	17	60	5.5	82	22.1
61	18	83	11	61	5.4	83	22.4
62	21	84	16	62	7.4	84	29.6
63	26	85	24	63	9.1	85	35.3
64	23	86	21	64	7.7	86	33.3
65	17	87	16	65	5.7	87	29.6
66	15	88	19	66	5.0	88	41.3
67	20	89	11	67	7.4	89	31.4
68	20	90	9	68	8.0	90	30.0
69	22	91	14	69	9.3	91	63.6
70	33	92	13	70	13.6	92	72.2
71	29	93	8	71	12.3	93	57.1
72	21	94	3	72	10.5	94	30.0

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001

Cuadro A.4.2 Casos de mujeres con dificultad para bañarse y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para bañarse, por edad exacta. (M)				Prevalencia (%) en dificultad para bañarse, por edad exacta. (M)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dBaniarM	E.exacta	dBaniarM
51	8	73	16	51	2.0	73	8.7
52	10	74	17	52	2.5	74	10.1
53	11	75	22	53	2.8	75	11.7
54	7	76	28	54	1.9	76	13.8
55	8	77	26	55	2.1	77	16.4
56	12	78	16	56	3.1	78	14.4
57	11	79	14	57	3.3	79	12.1
58	17	80	17	58	5.0	80	11.8
59	20	81	21	59	6.0	81	15.9
60	10	82	15	60	2.9	82	19.5
61	7	83	11	61	2.1	83	22.4
62	14	84	15	62	4.9	84	27.8
63	15	85	17	63	5.2	85	25.0
64	11	86	15	64	3.7	86	23.8
65	10	87	16	65	3.3	87	29.6
66	13	88	17	66	4.3	88	37.0
67	17	89	10	67	6.3	89	28.6
68	15	90	9	68	6.0	90	30.0
69	14	91	12	69	5.9	91	54.5
70	19	92	11	70	7.9	92	61.1
71	19	93	7	71	8.1	93	50.0
72	17	94	4	72	8.5	94	40.0

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001.

Cuadro A.4.3 Casos de mujeres con dificultad para comer y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para comer, por edad exacta. (M)				Prevalencia (%) en dificultad para comer, por edad exacta. (M)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dComerM	E.exacta	dComerM
51	8	73	8	51	2.0	73	4.3
52	6	74	10	52	1.5	74	5.9
53	9	75	12	53	2.3	75	6.4
54	7	76	13	54	1.9	76	6.4
55	4	77	11	55	1.0	77	6.9
56	5	78	8	56	1.3	78	7.2
57	4	79	8	57	1.2	79	6.9
58	7	80	9	58	2.0	80	6.3
59	9	81	11	59	2.7	81	8.3
60	8	82	11	60	2.3	82	14.3
61	8	83	6	61	2.4	83	12.2
62	6	84	7	62	2.1	84	13.0
63	8	85	10	63	2.8	85	14.7
64	7	86	9	64	2.3	86	14.3
65	5	87	11	65	1.7	87	20.4
66	4	88	10	66	1.3	88	21.7
67	4	89	6	67	1.5	89	17.1
68	8	90	6	68	3.2	90	20.0
69	9	91	7	69	3.8	91	31.8
70	11	92	6	70	4.5	92	33.3
71	11	93	6	71	4.7	93	42.9
72	8	94	3	72	4.0	94	30.0

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001.

Cuadro A.4.4 Casos de mujeres con dificultad para levantarse y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para levantarse, por edad exacta. (M)				Prevalencia (%) en dificultad para levantarse, por edad exacta. (M)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dLevantaM	E.exacta	dLevantaM
51	27	73	15	51	6.9	73	8.2
52	28	74	17	52	6.9	74	10.1
53	35	75	24	53	9.0	75	12.8
54	29	76	30	54	8.1	76	14.8
55	18	77	27	55	4.7	77	17.0
56	22	78	20	56	5.8	78	18.0
57	19	79	20	57	5.6	79	17.2
58	28	80	23	58	8.2	80	16.0
59	29	81	25	59	8.7	81	18.9
60	22	82	17	60	6.4	82	22.1
61	18	83	11	61	5.4	83	22.4
62	18	84	14	62	6.4	84	25.9
63	26	85	21	63	9.1	85	30.9
64	26	86	18	64	8.7	86	28.6
65	21	87	10	65	7.0	87	18.5
66	20	88	14	66	6.7	88	30.4
67	25	89	13	67	9.2	89	37.1
68	24	90	10	68	9.6	90	33.3
69	18	91	13	69	7.6	91	59.1
70	22	92	11	70	9.1	92	61.1
71	29	93	5	71	12.3	93	35.7
72	22	94	2	72	11.0	94	20.0

Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001

Cuadro A.4.5 Casos de mujeres con dificultad para usar el sanitario y prevalencia, por edad exacta.

Casos de dificultad para usar el sanitario, por edad exacta. (M)				Prevalencia (%) en dificultad para usar el sanitario, por edad exacta. (M)			
E.exacta	F.centrada	E.exacta	F.centrada	E.exacta	dSanitaM	E.exacta	dSanitaM
51	12	73	18	51	3.1	73	9.8
52	15	74	17	52	3.7	74	10.1
53	18	75	27	53	4.7	75	14.4
54	9	76	29	54	2.5	76	14.3
55	8	77	23	55	2.1	77	14.5
56	15	78	15	56	3.9	78	13.5
57	10	79	13	57	3.0	79	11.2
58	13	80	18	58	3.8	80	12.5
59	16	81	17	59	4.8	81	12.9
60	13	82	9	60	3.8	82	11.7
61	14	83	6	61	4.2	83	12.2
62	18	84	13	62	6.4	84	24.1
63	23	85	17	63	8.0	85	25.0
64	19	86	15	64	6.4	86	23.8
65	14	87	12	65	4.7	87	22.2
66	17	88	11	66	5.7	88	23.9
67	17	89	10	67	6.3	89	28.6
68	11	90	11	68	4.4	90	36.7
69	12	91	12	69	5.1	91	54.5
70	16	92	7	70	6.6	92	38.9
71	18	93	3	71	7.6	93	21.4
72	21	94	2	72	10.5	94	20.0

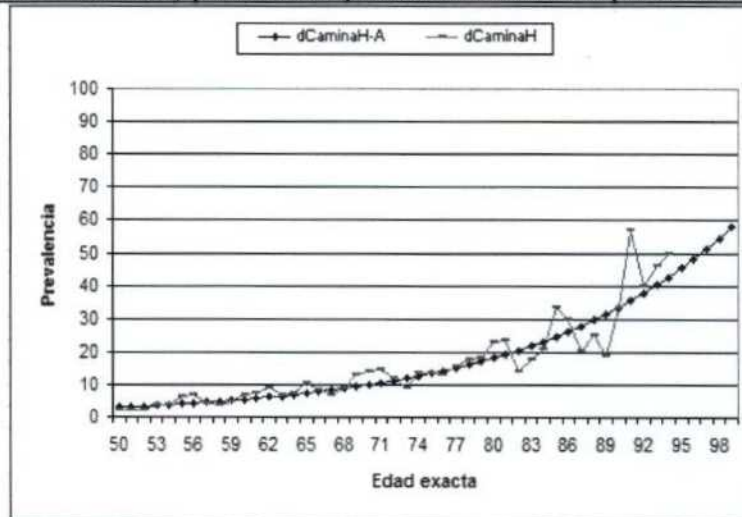
Fuente: elaboración propia. ENASEM, 2001

Cuadro A.5. Bondad de ajuste, estadístico F, coeficientes estimados b_0 y b_1 , y significancia para las curvas exponenciales de ajuste de prevalencias. Hombres.

Prevalencia	r^2	F	b_0	b_1	Sig
dCaminaH	0.908	423.737	0.138	0.061	0.000
dBanarH	0.882	322.275	0.064	0.067	0.000
dComerH	0.826	198.733	0.023	0.071	0.000
dLevantaH	0.771	145.107	0.420	0.045	0.000
dSanitaH	0.842	229.083	0.223	0.049	0.000

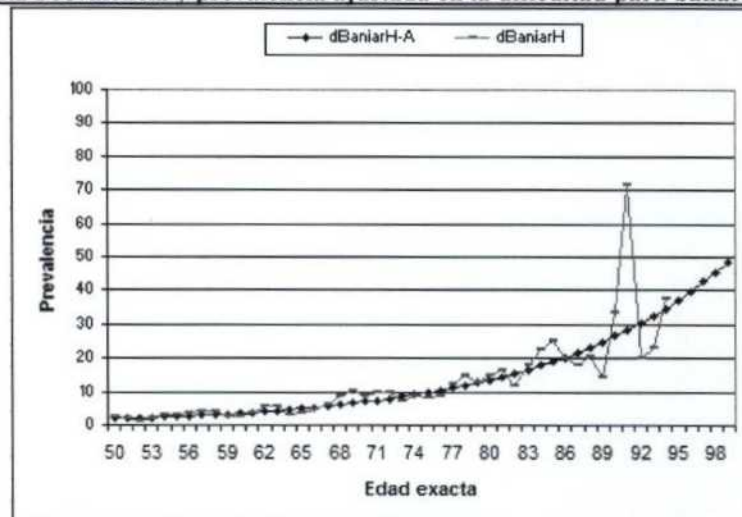
Elaboración propia.

Gráfica A.1.1 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para caminar. Hombres.



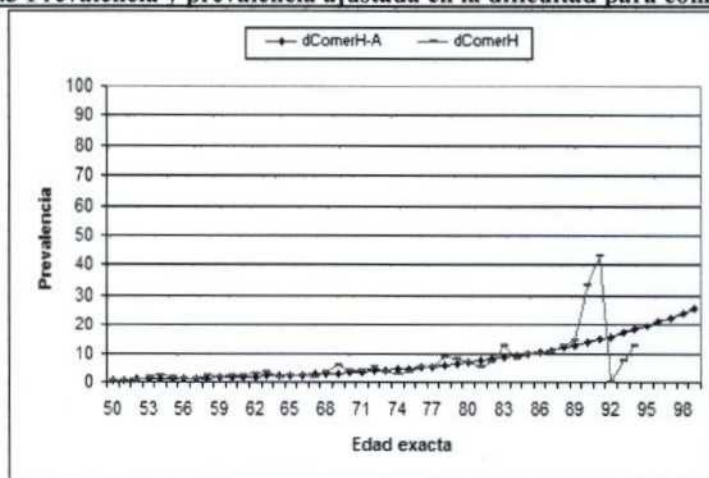
Fuente: elaboración propia.

Gráfica A.1.2 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para bañarse. Hombres.



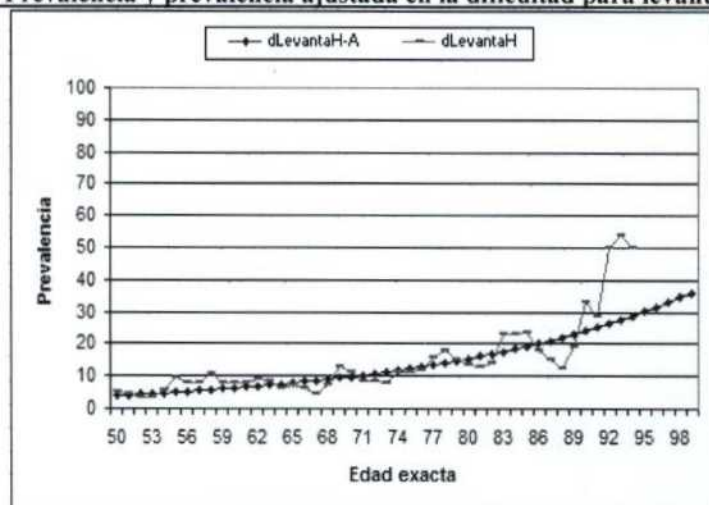
Fuente: elaboración propia

Gráfica A.1.3 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para comer. Hombres.



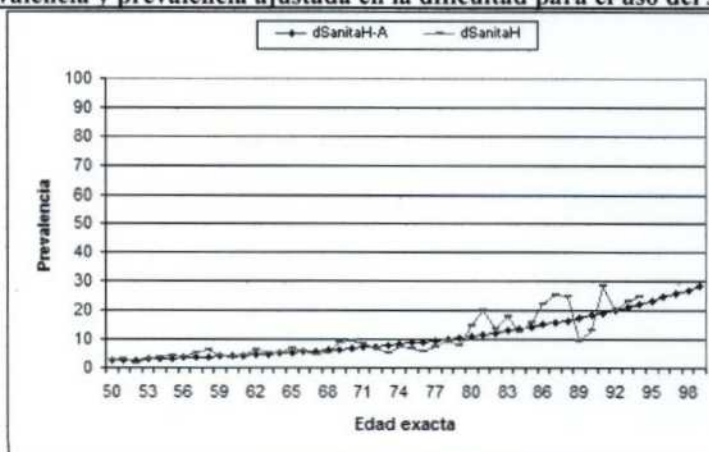
Fuente: elaboración propia.

Gráfica A.1.4 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para levantarse. Hombres.



Fuente: elaboración propia.

Gráfica A.1.5 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para el uso del sanitario. Hombres.



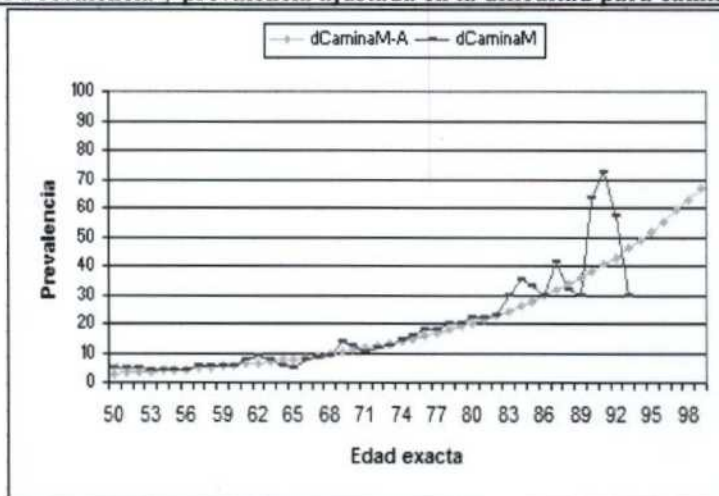
Fuente: elaboración propia

Cuadro A.6. Bondad de ajuste, estadístico F, coeficientes estimados b_0 y b_1 , y significancia para las curvas exponenciales de ajuste de prevalencias. Mujeres.

Prevalencia	r^2	F	b_0	b_1	Sig
dCaminaM	0.934	594.491	0.131	0.063	0.000
dBaniarM	0.944	702.789	0.038	0.076	0.000
dComerM	0.903	391.946	0.019	0.078	0.000
dLevantaM	0.826	199.932	0.418	0.047	0.000
dSanitaM	0.888	332.388	0.123	0.060	0.000

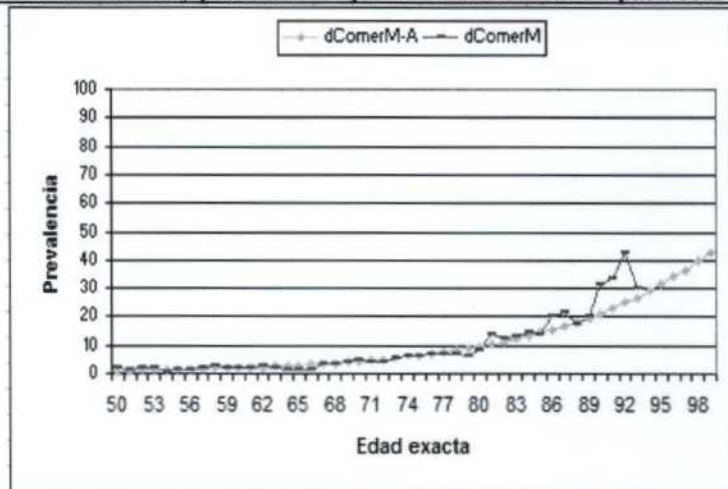
Fuente: elaboración propia.

Gráfica A.2.1 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para caminar. Mujeres.



Fuente: elaboración propia

Gráfica A.2.2 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para comer. Mujeres.



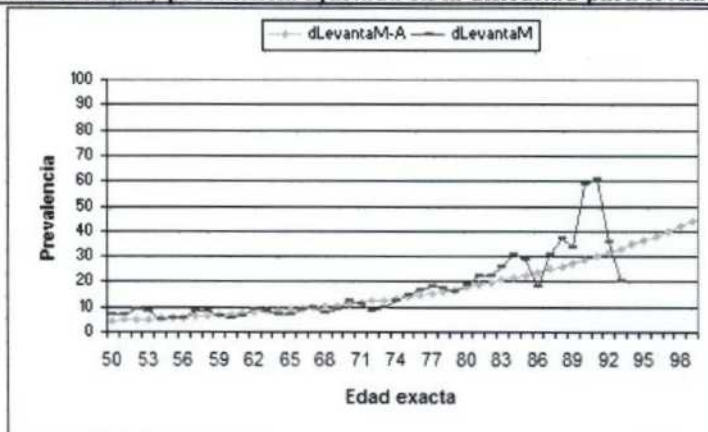
Fuente: elaboración propia

Gráfica A.2.3 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para bañarse. Mujeres.



Fuente: elaboración propia

Gráfica A.2.4 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para levantarse. Mujeres.



Fuente: elaboración propia

Gráfica A.2.5 Prevalencia y prevalencia ajustada en la dificultad para el uso del sanitario. Mujeres.



Fuente: elaboración propia

Cuadro A.7 Rapidez instantánea de cambio en las diferentes prevalencias. Hombres.

E.Exacta	Rapidez instantánea de cambio en la prevalencia				
	dCaminaH-A	dBaniarH-A	dComerH-A	dLevantaH-A	dSanitaH-A
50	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1
51	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1
52	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1
53	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1
54	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2
55	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2
56	0.3	0.2	0.1	0.2	0.2
57	0.3	0.2	0.1	0.2	0.2
58	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
59	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
60	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
61	0.3	0.3	0.1	0.3	0.2
62	0.4	0.3	0.1	0.3	0.2
63	0.4	0.3	0.1	0.3	0.2
64	0.4	0.3	0.2	0.3	0.3
65	0.4	0.3	0.2	0.4	0.3
66	0.5	0.4	0.2	0.4	0.3
67	0.5	0.4	0.2	0.4	0.3
68	0.5	0.4	0.2	0.4	0.3
69	0.6	0.4	0.2	0.4	0.3
70	0.6	0.5	0.2	0.4	0.3
71	0.6	0.5	0.2	0.5	0.4
72	0.7	0.5	0.3	0.5	0.4
73	0.7	0.6	0.3	0.5	0.4
74	0.8	0.6	0.3	0.5	0.4
75	0.8	0.7	0.3	0.6	0.4
76	0.9	0.7	0.4	0.6	0.5
77	0.9	0.7	0.4	0.6	0.5
78	1.0	0.8	0.4	0.6	0.5
79	1.0	0.9	0.4	0.7	0.5
80	1.1	0.9	0.5	0.7	0.5
81	1.2	1.0	0.5	0.7	0.6
82	1.2	1.0	0.5	0.8	0.6
83	1.3	1.1	0.6	0.8	0.6
84	1.4	1.2	0.6	0.8	0.7
85	1.5	1.3	0.7	0.9	0.7
86	1.6	1.4	0.7	0.9	0.7
87	1.7	1.5	0.8	0.9	0.8
88	1.8	1.6	0.8	1.0	0.8
89	1.9	1.7	0.9	1.0	0.9
90	2.0	1.8	1.0	1.1	0.9
91	2.2	1.9	1.0	1.1	0.9
92	2.3	2.0	1.1	1.2	1.0
93	2.4	2.2	1.2	1.2	1.0
94	2.6	2.3	1.3	1.3	1.1
95	2.8	2.5	1.4	1.4	1.1
96	2.9	2.7	1.5	1.4	1.2
97	3.1	2.9	1.6	1.5	1.3
98	3.3	3.1	1.7	1.6	1.3
99	3.5	3.3	1.8	1.6	1.4

Fuente: elaboración propia.

Cuadro A.8 Rapidez instantánea de cambio en las diferentes prevalencias. Mujeres.

E.Exacta	Rapidez instantánea de cambio en la prevalencia				
	dCaminaM-A	dBaniarM-A	dComerM-A	dLevantaM-A	dSanitaM-A
50	0.2	0.1	0.1	0.2	0.1
51	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2
52	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2
53	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2
54	0.2	0.2	0.1	0.2	0.2
55	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
56	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
57	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
58	0.3	0.2	0.1	0.3	0.2
59	0.3	0.3	0.1	0.3	0.3
60	0.4	0.3	0.2	0.3	0.3
61	0.4	0.3	0.2	0.3	0.3
62	0.4	0.3	0.2	0.4	0.3
63	0.4	0.3	0.2	0.4	0.3
64	0.5	0.4	0.2	0.4	0.3
65	0.5	0.4	0.2	0.4	0.4
66	0.5	0.4	0.3	0.4	0.4
67	0.6	0.5	0.3	0.5	0.4
68	0.6	0.5	0.3	0.5	0.4
69	0.6	0.5	0.3	0.5	0.5
70	0.7	0.6	0.4	0.5	0.5
71	0.7	0.6	0.4	0.6	0.5
72	0.8	0.7	0.4	0.6	0.6
73	0.8	0.7	0.4	0.6	0.6
74	0.9	0.8	0.5	0.6	0.6
75	0.9	0.9	0.5	0.7	0.7
76	1.0	0.9	0.6	0.7	0.7
77	1.1	1.0	0.6	0.7	0.8
78	1.1	1.1	0.7	0.8	0.8
79	1.2	1.2	0.7	0.8	0.8
80	1.3	1.3	0.8	0.8	0.9
81	1.4	1.4	0.8	0.9	1.0
82	1.5	1.5	0.9	0.9	1.0
83	1.5	1.6	1.0	1.0	1.1
84	1.6	1.7	1.1	1.0	1.1
85	1.8	1.9	1.1	1.1	1.2
86	1.9	2.0	1.2	1.1	1.3
87	2.0	2.2	1.3	1.2	1.4
88	2.1	2.3	1.4	1.2	1.5
89	2.3	2.5	1.6	1.3	1.5
90	2.4	2.7	1.7	1.3	1.6
91	2.6	2.9	1.8	1.4	1.7
92	2.7	3.2	2.0	1.5	1.8
93	2.9	3.4	2.1	1.6	2.0
94	3.1	3.7	2.3	1.6	2.1
95	3.3	4.0	2.5	1.7	2.2
96	3.5	4.3	2.7	1.8	2.3
97	3.7	4.6	2.9	1.9	2.5
98	4.0	5.0	3.1	2.0	2.6
99	4.2	5.4	3.4	2.1	2.8

Fuente: elaboración propia.

Anexo B

B.1 Datos estandarizados y no estandarizados. Se muestran los datos de los 50 casos, con sus respectivos valores estandarizados y no estandarizados, para hombres y mujeres.

Cuadro B.1 Número de caso con sus correspondientes valores en la edad exacta y las prevalencias de dificultad en las AVD. Hombres.

Caso	Edad exacta	dCaminaH-A	dBaniarH-A	dComerH-A	dLevantaH-A	dSanitaH-A
1	50	2.9	1.8	0.8	4	2.6
2	51	3.1	2	0.9	4.2	2.7
3	52	3.3	2.1	0.9	4.4	2.9
4	53	3.5	2.2	1	4.6	3
5	54	3.7	2.4	1.1	4.8	3.1
6	55	4	2.6	1.1	5	3.3
7	56	4.2	2.7	1.2	5.2	3.5
8	57	4.5	2.9	1.3	5.5	3.6
9	58	4.7	3.1	1.4	5.7	3.8
10	59	5	3.3	1.5	6	4
11	60	5.4	3.6	1.6	6.2	4.2
12	61	5.7	3.8	1.7	6.5	4.4
13	62	6.1	4.1	1.9	6.8	4.7
14	63	6.4	4.4	2	7.2	4.9
15	64	6.8	4.7	2.2	7.5	5.1
16	65	7.3	5	2.3	7.8	5.4
17	66	7.7	5.3	2.5	8.2	5.7
18	67	8.2	5.7	2.7	8.6	5.9
19	68	8.7	6.1	2.9	9	6.2
20	69	9.3	6.5	3.1	9.4	6.6
21	70	9.9	7	3.3	9.8	6.9
22	71	10.5	7.4	3.6	10.3	7.2
23	72	11.2	8	3.8	10.7	7.6
24	73	11.9	8.5	4.1	11.2	8
25	74	12.6	9.1	4.4	11.7	8.4
26	75	13.4	9.7	4.7	12.3	8.8
Caso	Edad exacta	dCaminaH-A	dBaniarH-A	dComerH-A	dLevantaH-A	dSanitaH-A
27	76	14.2	10.4	5.1	12.8	9.2
28	77	15.1	11.1	5.4	13.4	9.7
29	78	16.1	11.9	5.8	14	10.2
30	79	17.1	12.7	6.3	14.7	10.7
31	80	18.2	13.6	6.7	15.4	11.2
32	81	19.3	14.6	7.2	16.1	11.8
33	82	20.5	15.6	7.8	16.8	12.4
34	83	21.8	16.6	8.3	17.6	13
35	84	23.2	17.8	9	18.4	13.7
36	85	24.6	19	9.6	19.2	14.4
37	86	26.2	20.4	10.3	20.1	15.1
38	87	27.8	21.8	11.1	21.1	15.8
39	88	29.6	23.3	11.9	22	16.6
40	89	31.5	24.9	12.8	23	17.5
41	90	33.4	26.6	13.7	24.1	18.3
42	91	35.5	28.4	14.7	25.2	19.3
43	92	37.8	30.4	15.8	26.4	20.2
44	93	40.1	32.5	17	27.6	21.3
45	94	42.7	34.8	18.2	28.9	22.3
46	95	45.4	37.2	19.5	30.2	23.4
47	96	48.2	39.8	21	31.6	24.6
48	97	51.2	42.5	22.5	33	25.9
49	98	54.5	45.5	24.2	34.6	27.2
50	99	57.9	48.6	26	36.1	28.5

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.2 Número de caso con sus correspondientes valores estandarizados en las variables. Hombres.

Caso	x1	x2	x3	x4	x5	x6
	Zedadex	ZdCaminaHA	ZdBaniarHA	ZdComerHA	ZdLevantaHA	ZdSanitaHA
1	-1.6807	-1.0165	-0.9717	-0.9404	-1.1547	-1.1156
2	-1.6121	-1.0036	-0.9563	-0.9261	-1.1331	-1.1022
3	-1.5435	-0.9907	-0.9487	-0.9261	-1.1115	-1.0753
4	-1.4749	-0.9778	-0.9410	-0.9117	-1.0899	-1.0619
5	-1.4063	-0.9649	-0.9257	-0.8974	-1.0683	-1.0484
6	-1.3377	-0.9455	-0.9104	-0.8974	-1.0467	-1.0215
7	-1.2691	-0.9326	-0.9027	-0.8830	-1.0252	-0.9946
8	-1.2005	-0.9132	-0.8874	-0.8667	-0.9928	-0.9812
9	-1.1319	-0.9003	-0.8720	-0.8544	-0.9712	-0.9543
10	-1.0633	-0.8809	-0.8567	-0.8400	-0.9388	-0.9274
11	-0.9947	-0.8551	-0.8337	-0.8257	-0.9172	-0.9005
12	-0.9261	-0.8357	-0.8184	-0.8113	-0.8848	-0.8736
13	-0.8575	-0.8099	-0.7954	-0.7827	-0.8525	-0.8332
14	-0.7889	-0.7905	-0.7724	-0.7683	-0.8093	-0.8063
15	-0.7203	-0.7646	-0.7494	-0.7396	-0.7769	-0.7794
16	-0.6517	-0.7323	-0.7264	-0.7253	-0.7445	-0.7391
17	-0.5831	-0.7065	-0.7035	-0.6966	-0.7014	-0.6988
18	-0.5145	-0.6742	-0.6728	-0.6679	-0.6582	-0.6719
19	-0.4459	-0.6419	-0.6422	-0.6393	-0.6150	-0.6315
20	-0.3773	-0.6032	-0.6115	-0.6106	-0.5718	-0.5777
21	-0.3087	-0.5644	-0.5732	-0.5819	-0.5287	-0.5374
22	-0.2401	-0.5257	-0.5425	-0.5389	-0.4747	-0.4970
23	-0.1715	-0.4804	-0.4966	-0.5102	-0.4315	-0.4432
24	-0.1029	-0.4352	-0.4582	-0.4672	-0.3776	-0.3895
25	-0.0343	-0.3900	-0.4123	-0.4242	-0.3236	-0.3357
26	0.0343	-0.3383	-0.3663	-0.3812	-0.2588	-0.2819
Caso	x1	x2	x3	x4	x5	x6
	Zedadex	ZdCaminaHA	ZdBaniarHA	ZdComerHA	ZdLevantaHA	ZdSanitaHA
27	0.1029	-0.2867	-0.3127	-0.3238	-0.2049	-0.2281
28	0.1715	-0.2285	-0.2590	-0.2808	-0.1401	-0.1608
29	0.2401	-0.1639	-0.1977	-0.2234	-0.0753	-0.0936
30	0.3087	-0.0993	-0.1364	-0.1517	0.0002	-0.0264
31	0.3773	-0.0283	-0.0674	-0.0944	0.0758	0.0409
32	0.4459	0.0428	0.0092	-0.0227	0.1513	0.1216
33	0.5145	0.1203	0.0858	0.0634	0.2269	0.2023
34	0.5831	0.2042	0.1625	0.1351	0.3132	0.2829
35	0.6517	0.2947	0.2544	0.2355	0.3996	0.3771
36	0.7203	0.3851	0.3464	0.3215	0.4859	0.4712
37	0.7889	0.4884	0.4536	0.4219	0.5831	0.5654
38	0.8575	0.5918	0.5609	0.5366	0.6910	0.6595
39	0.9261	0.7081	0.6759	0.6513	0.7881	0.7671
40	0.9947	0.8308	0.7985	0.7804	0.8961	0.8881
41	1.0633	0.9535	0.9287	0.9094	1.0148	0.9957
42	1.1319	1.0891	1.0667	1.0528	1.1335	1.1302
43	1.2005	1.2377	1.2199	1.2106	1.2630	1.2512
44	1.2691	1.3863	1.3809	1.3826	1.3926	1.3991
45	1.3377	1.5542	1.5571	1.5547	1.5329	1.5336
46	1.4063	1.7286	1.7410	1.7411	1.6732	1.6815
47	1.4749	1.9095	1.9403	1.9562	1.8243	1.8429
48	1.5435	2.1032	2.1472	2.1713	1.9754	2.0177
49	1.6121	2.3164	2.3770	2.4151	2.1481	2.1926
50	1.6807	2.5360	2.6146	2.6732	2.3100	2.3674

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.3 Número de caso con sus correspondientes valores en la edad exacta y las prevalencias de dificultad en las AVD. Mujeres.

Caso	Edad exacta	dCaminaM-A	dBanarM-A	dComerM-A	dLevantaM-A	dSanitaM-A
1	50	3.1	1.7	0.9	4.4	2.5
2	51	3.3	1.8	1	4.6	2.6
3	52	3.5	2	1.1	4.8	2.8
4	53	3.7	2.1	1.2	5	3
5	54	3.9	2.3	1.3	5.3	3.1
6	55	4.2	2.5	1.4	5.5	3.3
7	56	4.5	2.7	1.5	5.8	3.5
8	57	4.8	2.9	1.6	6.1	3.8
9	58	5.1	3.1	1.8	6.4	4
10	59	5.4	3.4	1.9	6.7	4.2
11	60	5.7	3.6	2	7	4.5
12	61	6.1	3.9	2.2	7.4	4.8
13	62	6.5	4.2	2.4	7.7	5.1
14	63	6.9	4.6	2.6	8.1	5.4
15	64	7.4	4.9	2.8	8.5	5.7
16	65	7.9	5.3	3	8.9	6.1
17	66	8.4	5.7	3.3	9.3	6.5
18	67	8.9	6.2	3.5	9.7	6.9
19	68	9.5	6.7	3.8	10.2	7.3
20	69	10.1	7.2	4.1	10.7	7.7
21	70	10.8	7.8	4.5	11.2	8.2
22	71	11.5	8.4	4.8	11.8	8.7
23	72	12.2	9	5.2	12.3	9.2
24	73	13	9.8	5.6	12.9	9.8
25	74	13.9	10.5	6.1	13.5	10.4
26	75	14.8	11.4	6.6	14.2	11.1
Caso	Edad exacta	dCaminaM-A	dBanarM-A	dComerM-A	dLevantaM-A	dSanitaM-A
27	76	15.7	12.3	7.1	14.9	11.8
28	77	16.8	13.2	7.7	15.6	12.5
29	78	17.8	14.3	8.3	16.3	13.3
30	79	19	15.4	9	17.1	14.1
31	80	20.2	16.6	9.7	18	14.9
32	81	21.6	17.9	10.5	18.8	15.9
33	82	23	19.3	11.4	19.7	16.9
34	83	24.4	20.9	12.3	20.7	17.9
35	84	26	22.5	13.3	21.7	19
36	85	27.7	24.3	14.4	22.7	20.2
37	86	29.5	26.2	15.6	23.8	21.4
38	87	31.5	28.3	16.8	24.9	22.7
39	88	33.5	30.5	18.2	26.1	24.2
40	89	35.7	32.9	19.7	27.4	25.6
41	90	38	35.5	21.3	28.7	27.2
42	91	40.5	38.3	23	30.1	28.9
43	92	43.1	41.3	24.8	31.6	30.7
44	93	45.9	44.6	26.9	33.1	32.6
45	94	48.9	48.1	29	34.7	34.6
46	95	52.1	51.9	31.4	36.3	36.8
47	96	55.4	56	33.9	38.1	39
48	97	59.1	60.5	36.7	39.9	41.4
49	98	62.9	65.2	39.7	41.8	44
50	99	67	70.4	42.9	43.8	46.7

Fuente: elaboración propia.

Cuadro B.4 Número de caso con sus correspondientes valores estandarizados en las variables. Mujeres.

Caso	X1	X2	X3	X4	X5	X6
	Zedadex	ZdCaminaHA	ZdBaniarHA	ZdComerHA	ZdLevantaHA	ZdSanitaHA
1	-1.6807	-0.9980	-0.9069	-0.8965	-1.1353	-1.0220
2	-1.6121	-0.9868	-0.9016	-0.8878	-1.1176	-1.0139
3	-1.5435	-0.9757	-0.8910	-0.8791	-1.1000	-0.9979
4	-1.4749	-0.9645	-0.8857	-0.8704	-1.0824	-0.9819
5	-1.4063	-0.9534	-0.8751	-0.8617	-1.0559	-0.9739
6	-1.3377	-0.9367	-0.8645	-0.8530	-1.0383	-0.9578
7	-1.2691	-0.9199	-0.8539	-0.8443	-1.0118	-0.9418
8	-1.2005	-0.9032	-0.8433	-0.8356	-0.9854	-0.9178
9	-1.1319	-0.8865	-0.8327	-0.8182	-0.9589	-0.9017
10	-1.0633	-0.8698	-0.8168	-0.8095	-0.9325	-0.8857
11	-0.9947	-0.8531	-0.8062	-0.8008	-0.9060	-0.8617
12	-0.9261	-0.8308	-0.7903	-0.7833	-0.8708	-0.8376
13	-0.8575	-0.8085	-0.7743	-0.7659	-0.8443	-0.8136
14	-0.7889	-0.7862	-0.7531	-0.7485	-0.8091	-0.7895
15	-0.7203	-0.7583	-0.7372	-0.7311	-0.7738	-0.7655
16	-0.6517	-0.7305	-0.7160	-0.7137	-0.7385	-0.7334
17	-0.5831	-0.7026	-0.6948	-0.6876	-0.7032	-0.7013
18	-0.5145	-0.6747	-0.6683	-0.6701	-0.6680	-0.6693
19	-0.4459	-0.6413	-0.6418	-0.6440	-0.6239	-0.6372
20	-0.3773	-0.6079	-0.6153	-0.6179	-0.5798	-0.6052
21	-0.3087	-0.5689	-0.5834	-0.5831	-0.5357	-0.5651
22	-0.2401	-0.5299	-0.5516	-0.5569	-0.4828	-0.5250
23	-0.1715	-0.4908	-0.5198	-0.5221	-0.4387	-0.4849
24	-0.1029	-0.4463	-0.4774	-0.4873	-0.3858	-0.4368
25	-0.0343	-0.3961	-0.4403	-0.4437	-0.3329	-0.3887
26	0.0343	-0.3460	-0.3925	-0.4002	-0.2712	-0.3326
Caso	X1	X2	X3	X4	X5	X6
	Zedadex	ZdCaminaHA	ZdBaniarHA	ZdComerHA	ZdLevantaHA	ZdSanitaHA
27	0.1029	-0.2958	-0.3448	-0.3567	-0.2095	-0.2765
28	0.1715	-0.2345	-0.2971	-0.3044	-0.1478	-0.2204
29	0.2401	-0.1788	-0.2387	-0.2522	-0.0861	-0.1563
30	0.3087	-0.1119	-0.1804	-0.1912	-0.0155	-0.0922
31	0.3773	-0.0450	-0.1168	-0.1303	0.0638	-0.0281
32	0.4459	0.0330	-0.0478	-0.0606	0.1344	0.0521
33	0.5145	0.1110	0.0264	0.0178	0.2137	0.1323
34	0.5831	0.1890	0.1113	0.0961	0.3019	0.2124
35	0.6517	0.2782	0.1961	0.1832	0.3901	0.3006
36	0.7203	0.3729	0.2916	0.2790	0.4782	0.3968
37	0.7889	0.4732	0.3923	0.3835	0.5752	0.4929
38	0.8575	0.5847	0.5037	0.4880	0.6722	0.5971
39	0.9261	0.6961	0.6203	0.6099	0.7780	0.7174
40	0.9947	0.8187	0.7476	0.7405	0.8926	0.8296
41	1.0633	0.9469	0.8855	0.8798	1.0073	0.9578
42	1.1319	1.0862	1.0340	1.0278	1.1307	1.0941
43	1.2005	1.2311	1.1931	1.1846	1.2629	1.2384
44	1.2691	1.3872	1.3681	1.3674	1.3952	1.3907
45	1.3377	1.5543	1.5537	1.5503	1.5363	1.5510
46	1.4063	1.7327	1.7552	1.7593	1.6773	1.7273
47	1.4749	1.9166	1.9726	1.9770	1.8361	1.9036
48	1.5435	2.1228	2.2112	2.2208	1.9948	2.0960
49	1.6121	2.3345	2.4605	2.4820	2.1623	2.3044
50	1.6807	2.5630	2.7362	2.7606	2.3386	2.5208

Fuente: elaboración propia.

C.1 Valores y vectores propios.

Considérense el conjunto de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n &= \lambda X_1 \\
 a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n &= \lambda X_2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 a_{n1} X_1 + a_{n2} X_2 + \dots + a_{nn} X_n &= \lambda X_n
 \end{aligned} \tag{1C}$$

El conjunto (1C) puede escribirse de la siguiente forma:

$$Ax = \lambda x, \tag{2C}$$

o bien, como:

$$(A - \lambda I) x = \theta, \tag{3C}$$

donde los elementos de la matriz A son los coeficientes del sistema (1C), I es la matriz identidad de $n \times n$ y θ es el vector cero de $n \times 1$. Estas ecuaciones son sólo válidas para un cierto conjunto de escalares λ , llamados *valores propios* de la matriz A . En una matriz de $n \times n$, es posible encontrar hasta n de éstos. Dado el i -ésimo valor propio λ_i , las ecuaciones pueden resolverse asignando arbitrariamente $X_i = 1$. El vector resultante

$$x_i = \begin{pmatrix} 1 \\ x_{2i} \\ x_{3i} \\ \square \\ \square \\ \square \\ x_{ni} \end{pmatrix}, \tag{4C}$$

o cualquier múltiplo de él, es llamado el i -ésimo vector propio de la matriz A . La suma de los valores propios de A es igual a la traza de A , esto es, a la suma de los elementos de la diagonal principal.¹

¹ Para información más detallada, véase *Álgebra Lineal*, de Grossman (Grossman, 1996).

C.2. Valores y vectores propios de las matrices de correlación. Para hallar los valores y vectores propios de las matrices de correlación, para hombres y mujeres, se recurrió al programa *Mathematica*. Se muestra a continuación en los esquemas C.1 y C.2 las soluciones.

Esquema C.1. Solución del eigensistema de la matriz de correlación. Hombres.

```

Eigensystem[m1H =
  1      0.93435  0.92311  0.91548  0.96142  0.95518
  0.93435  1      0.99950  0.99865  0.99612  0.99783
  0.92311  0.99950  1      0.99978  0.99268  0.99528
  0.91548  0.99865  0.99978  1      0.99027  0.99312
  0.96142  0.99612  0.99268  0.99027  1      0.99973
  0.95518  0.99783  0.99528  0.99312  0.99973  1

{{5.98558, 0.113652, 0.000719984,
  0.0000225736, 0.0000158103, 6.95541 × 10-6},
  {{-0.394476, -0.411184, -0.410104, -0.409199, -0.412088, -0.412155},
  {0.860025, -0.207702, -0.29771, -0.354819, 0.0491362, -0.0168485},
  {-0.321988, 0.01315, -0.271842, -0.501142, 0.596051, 0.477134},
  {0.00027478, -0.201477, -0.325634, 0.290001, -0.490411, 0.727163},
  {-0.0322948, -0.528121, -0.323482, 0.579489, 0.493718, -0.189311},
  {-0.00535045, -0.684185, 0.677205, -0.188701, 0.00731995, 0.193889}}]
  
```

Esquema C.2 Solución del eigensistema de la matriz de correlación. Mujeres.

```

Eigensystem[
  m2M =
  1      0.93054  0.90588  0.90177  0.95855  0.93634
  0.93054  1      0.99786  0.99716  0.99610  0.99986
  0.90588  0.99786  1      0.99995  0.98824  0.99664
  0.90177  0.99716  0.99995  1      0.98668  0.99577
  0.95855  0.99610  0.98824  0.98668  1      0.99743
  0.93634  0.99986  0.99664  0.99577  0.99743  1

{{5.86481, 0.134178, 0.00100627,
  6.77924 × 10-6, -5.60933 × 10-6, 8.69983 × 10-7},
  {{-0.391871, -0.412317, -0.410084, -0.409589, -0.412613, -0.412615},
  {0.860182, -0.147303, -0.318121, -0.3441, 0.0907248, -0.102718},
  {-0.322154, 0.19907, -0.3798, -0.459664, 0.641423, 0.299374},
  {-0.0299603, 0.00127771, -0.420853, 0.587712, 0.414276, -0.552226},
  {0.0324289, 0.155131, -0.637986, 0.336364, -0.416203, 0.530557},
  {0.0281281, 0.862902, -0.0473155, -0.209749, -0.255434, -0.378323}}]
  
```

Dada una matriz, el comando *eigensystem* da como resultado los valores y vectores propios. En el esquema C.1, se observa la aplicación de *eigensystem* a la matriz de correlación de hombres y mujeres, encontrándose en la parte inferior los resultados. Los dos primeros renglones corresponden a los valores propios del sistema. Cada renglón siguiente representa las entradas de los vectores propios. Al primer valor propio, le corresponde como vector propio el conjunto de seis números en el tercer renglón; al segundo valor propio, le corresponde como vector propio los seis números del cuarto renglón, y así sucesivamente.

Anexo D

D.1 Obtención de Z_1 y Z_2 como el producto interno de dos vectores.

Recuérdese que la construcción de los índices Z_1 y Z_2 se hizo a través de la combinación lineal de los valores de las variables tipificadas $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$, donde los coeficientes fueron las componentes de los vectores propios que dieran cuenta de la mayor parte de la varianza total. De acuerdo con las ecuaciones (15) y (16), los valores para los índices, por número de caso, se presentan a continuación.

Cuadro D.1. Índices Z_1 y Z_2 por número de caso. Hombres.

Caso	Z1	Z2	Caso	Z1	Z2
1	2.7999	-0.6496	26	0.6546	0.3360
2	2.7409	-0.6021	27	0.5164	0.3497
3	2.6854	-0.5475	28	0.3714	0.3675
4	2.6296	-0.4977	29	0.2148	0.3765
5	2.5707	-0.4502	30	0.0479	0.3810
6	2.5094	-0.3992	31	-0.1190	0.3870
7	2.4480	-0.3496	32	-0.3004	0.3853
8	2.3819	-0.3029	33	-0.4904	0.3773
9	2.3174	-0.2556	34	-0.6816	0.3735
10	2.2458	-0.2092	35	-0.8990	0.3534
11	2.1729	-0.1669	36	-1.1105	0.3384
12	2.1012	-0.1204	37	-1.3440	0.3116
13	2.0124	-0.0828	38	-1.5878	0.2802
14	1.9332	-0.0381	39	-1.8411	0.2431
15	1.8500	-0.0004	40	-2.1161	0.1976
16	1.7643	0.0409	41	-2.3931	0.1506
17	1.6711	0.0790	42	-2.6955	0.0931
18	1.5776	0.1136	43	-3.0143	0.0240
19	1.4785	0.1481	44	-3.3532	-0.0529
20	1.3712	0.1809	45	-3.7053	-0.1376
21	1.2664	0.2118	46	-4.0745	-0.2313
22	1.1543	0.2403	47	-4.4745	-0.3407
23	1.0381	0.2673	48	-4.8884	-0.4554
24	0.9147	0.2920	49	-5.3403	-0.5900
25	0.7882	0.3144	50	-5.7995	-0.7339

Fuente: elaboración propia.

En realidad, la apariencia de éstos índices se debe a que detrás de ellos se encuentra la definición del producto interno entre vectores. En efecto, se define el producto interno entre dos vectores a, b , como:

$$a \bullet b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n, (D1)$$

donde $a_i b_i$ es el producto de la coordenada i -ésima del vector a y b , respectivamente. Obsérvese que el producto interno es conmutativo, es decir:

$$a \bullet b = b \bullet a$$

Dado lo anterior, podemos observar la equivalencia entre la ecuación (11) y la ecuación (D1), en la que el vector \mathbf{a} fungiría como vector propio y el vector \mathbf{b} como vector de datos; esto es, el índice Z_i está definido como el producto interno entre un vector propio V_λ asociado al valor propio λ , y un vector de datos X_i asociado al i -ésimo caso.

Consultando el cuadro 3.5, se tiene que el vector propio asociado al máximo valor propio 5.8856 es:

$$V_{5.8856} = (-0.3945, -0.4112, -0.4101, -0.4092, -0.4121, -0.4122). \quad (D2)$$

De acuerdo al cuadro B.2, el vector de datos tipificados asociado al caso 1 es:

$$\mathbf{d}_1 = (-1.6807, -1.0165, -0.9717, -0.9404, -1.1547, -1.1156). \quad (D3)$$

Entonces, el producto interno entre los vectores (D2) y (D3) está dado por:

$$V_{5.8856} \bullet \mathbf{d}_1 = (-0.3945)(-1.6807) + (-0.4112)(-1.0165) + (-0.4101)(-0.9717) + (-0.4092)(-0.9404) + (-0.4121)(-1.1547) + (-0.4122)(-1.1156) \approx 2.7999, \quad (D4)$$

resultado que es, justamente, el valor del índice Z_1 asociado al primer caso masculino, tal como se observa en el cuadro D.1. Los demás valores para el índice Z_1 se encuentran mediante el producto interno de $V_{5.8856}$ con los demás vectores de datos estandarizados y los valores del índice Z_2 se encuentran de manera idéntica con sólo cambiar el vector $V_{5.8856}$ por $V_{0.1137}$ y realizar el producto interno con cada vector de datos estandarizados correspondiente. El caso femenino es completamente análogo.

Geométricamente, el realizar el producto interior entre un cierto vector propio V_λ y un vector de datos X_i se interpreta como la *proyección* del vector de datos sobre el vector propio. Matemáticamente, dados dos vectores \mathbf{a} y \mathbf{b} diferentes de $\mathbf{0}$, la proyección de \mathbf{a} sobre \mathbf{b} se define como:

$$Proy(\mathbf{b}) \mathbf{a} = [(\mathbf{a} \bullet \mathbf{b}) / |\mathbf{b}|^2] \mathbf{b}. \quad (D5)$$

En nuestro caso, puesto que los vectores propios obtenidos son unitarios, la ecuación (D5) se simplifica, ya que considerando a \mathbf{b} como el vector propio V_λ con norma $|V_\lambda|^2 = 1$ y al vector \mathbf{a} como X_i , la ecuación (D5) queda así:

$$\text{Proy}_{(V_\lambda)} X_i = [(X_i \bullet V_\lambda) / |V_\lambda|^2] V_\lambda = (X_i \bullet V_\lambda) V_\lambda, \text{ (D6)}$$

esto es, la componente del vector de datos X_i en la dirección del vector propio unitario V_λ . De esta manera, el conjunto de vectores propios elegidos definen una nueva base ortonormal respecto de la cual se expresan las variables originales.²

Cuadro D.1. Índices Z_1 y Z_2 por número de caso. Mujeres.

Caso	Z1	Z2	Caso	Z1	Z2
1	2.6993	-0.6997	26	0.7032	0.3526
2	2.6515	-0.6463	27	0.5697	0.3739
3	2.5982	-0.5953	28	0.4279	0.3906
4	2.5471	-0.5427	29	0.2808	0.4038
5	2.4935	-0.4901	30	0.1219	0.4133
6	2.4379	-0.4400	31	-0.0428	0.4218
7	2.3787	-0.3890	32	-0.2208	0.4216
8	2.3162	-0.3389	33	-0.4082	0.4175
9	2.2534	-0.2910	34	-0.6036	0.4108
10	2.1920	-0.2418	35	-0.8105	0.3987
11	2.1295	-0.1917	36	-1.0309	0.3785
12	2.0553	-0.1463	37	-1.2630	0.3537
13	1.9847	-0.1017	38	-1.5073	0.3230
14	1.9083	-0.0579	39	-1.7711	0.2838
15	1.8318	-0.0134	40	-2.0479	0.2381
16	1.7498	0.0287	41	-2.3414	0.1837
17	1.6643	0.0678	42	-2.6544	0.1212
18	1.5801	0.1082	43	-2.9846	0.0515
19	1.4865	0.1455	44	-3.3399	-0.0347
20	1.3928	0.1829	45	-3.7110	-0.1259
21	1.2878	0.2139	46	-4.1106	-0.2345
22	1.1827	0.2488	47	-4.5299	-0.3504
23	1.0777	0.2798	48	-4.9844	-0.4869
24	0.9591	0.3066	49	-5.4629	-0.6345
25	0.8368	0.3313	50	-5.9733	-0.7990

Fuente: elaboración propia.

² Véase *Álgebra Lineal*, de Grossman (Grossman, 1996).

E.1 Análisis de conglomerados.

El *análisis de conglomerados* es una técnica de la estadística multivariada que permite agrupar casos o variables en función del *parecido* o *similaridad* existente entre ellos. El paquete estadístico SPSS dispone de dos tipos de análisis de conglomerados: el *análisis de conglomerados jerárquico* y el *análisis de conglomerados de K medias*. El primero de éstos es idóneo para establecer el número óptimo de conglomerados en un conjunto determinado de datos, mientras que el segundo, aunque permite procesar un número ilimitado de casos, sólo permite usar un método de agrupación, además de que debe proponerse de antemano el número de conglomerados que se desea obtener. Ambos tipos de análisis son *aglomerativos*, pues parten de los casos individuales e intentan ir agrupando casos hasta formar grupos o conglomerados homogéneos. También existen métodos *divisivos*; éstos parten de una muestra global como un solo grupo y la van dividiendo en subgrupos hasta llegar a tener conglomerados homogéneos con un número relativamente reducido de sujetos.

El análisis de K medias agrupa los casos basándose en las distancias existentes entre ellos en un conjunto de variables. Puesto que se debe proponer de antemano el número K de conglomerados, el método comienza seleccionando los K casos más distantes entre sí. Después, asigna cada caso al *centro* más cercano, actualizando el valor de los centros conforme se incorporan los nuevos casos. Una vez que los casos han sido asignados a cada uno de los K conglomerados, se calculan los centroides finales de los mismos. Este tipo de análisis es especialmente útil cuando se dispone de un gran número de casos.

A diferencia de K medias, el análisis de conglomerados jerárquico comienza con el cálculo de la matriz de distancias entre los casos, es decir, la distancia entre cada elemento y el resto de la muestra. A continuación se busca el par de datos más cercanos, en términos de *distancia*, agrupándose en un solo conglomerado. A partir de ese momento, el conglomerado es indivisible. Sucesivamente, se van agrupando los elementos y los conglomerados existentes en conglomerados cada vez más grandes

y más heterogéneos hasta llegar a que todos los elementos se encuentren en un solo conglomerado. Dado que este método informa de todos los pasos realizado en el análisis, resulta fácil apreciar qué elementos o conglomerados se han fundido en cada paso y a qué distancia de fusión. De esta manera, puede valorarse la homogeneidad de los conglomerados que se van fundiendo en cada etapa y decidir en cuál de ellas la fusión incrementa la heterogeneidad de los conglomerados. Aunque el proceso termina agrupando todos los casos en un solo grupo, el objetivo será determinar la existencia de grupos *naturales* que puedan existir en el conjunto de datos.

Dentro de las ventajas del análisis de conglomerados, se encuentra la posibilidad de utilizar diferentes tipos de medidas para estimar la distancia entre casos, transformar la métrica original de las variables y seleccionar el método de aglomeración. Los diferentes métodos de aglomeración dentro del análisis de conglomerados de SPSS se muestran a continuación³:

a) **Método de vinculación del vecino más cercano (*nearest neighbour linkage*)**. La distancia entre dos conglomerados se calcula como la distancia entre sus elementos más próximos. Si A y B son dos conglomerados, la distancia entre ellos se considera:

$$d_{AB} = \min (d_{ij}),$$

donde d_{ij} es la distancia entre los elementos i y j , perteneciendo el primero al conglomerado A y el segundo al conglomerado B.

b) **Método de vinculación del vecino más lejano (*furthest neighbour linkage*)**. La distancia entre dos conglomerados se calcula como la distancia entre sus elementos más lejanos. Si A y B son dos conglomerados, la distancia entre ellos se considera:

$$d_{AB} = \max (d_{ij}).$$

c) **Método de vinculación intergrupos (*group average linkage*)**. La distancia entre dos conglomerados se calcula como la distancia promedio existente entre todos los pares de elementos de ambos conglomerados, es decir:

³ Para información más detallada véase *SPSS, Guía para el análisis de datos*. (Universidad de Cádiz, área de informática, 2002).

$$d_{AB} = \frac{1}{n_A n_B} \sum_{i \in A} \sum_{j \in B} d_{ij}$$

d) **Método de Ward.** En cada paso, se unen aquellos conglomerados o elementos que dan lugar a un menor incremento de las distancias al cuadrado (SCE) de cada elemento respecto al centroide del conglomerado al que pertenece (es decir, la suma de los cuadrados de las distancias intra-conglomerado).

e) **Método de agrupación de centroides.** Calcula la distancia entre dos conglomerados como la distancia entre sus vectores de medias. Este método tiene la desventaja de que la distancia entre dos conglomerados puede disminuir a medida que progresa el análisis, ya que los conglomerados fusionados en los últimos pasos son más diferentes entre sí que los fusionados en las primeras etapas.

f) **Método de agrupación de medianas.** Los dos conglomerados o elementos que se combinan reciben idéntica ponderación en el cálculo del nuevo centroide combinado, independientemente del tamaño de cada uno de los conglomerados o elementos. Esto permite que cuando se caractericen los conglomerados resultantes, los conglomerados pequeños tengan la misma importancia que los conglomerados grandes.

Algunas de las medidas de disimilaridad más utilizadas son:

a) **Distancia euclídea.** Esta es una medida de disimilaridad utilizada por defecto en datos de intervalo. Esta es la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores de las variables.

$$\text{Euclid}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sqrt{\sum_i (X_i - Y_i)^2} .$$

b) **Distancia euclídea al cuadrado.** Es simplemente el cuadrado de la distancia euclídea.

$$\text{SEuclid}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_i (X_i - Y_i)^2 .$$

c) **Chebychev.** Esta es la diferencia más grande en valor absoluto entre los valores de dos variables.

$$\text{Chebychev}(X,Y) = \max |X_i - Y_i|.$$

d) **Bloques.** Es también llamada *distancia absoluta, distancia de ciudad o de Manhattan*. Es la suma de los valores absolutos de las diferencias entre los valores de dos variables.

$$\text{Block}(X,Y) = \sum_i |X_i - Y_i|$$

e) **Minkowski.** Se basa en la distancia euclídea. Esta es la raíz de orden p de la suma de las potencias de orden p de los valores absolutos de las diferencias entre los valores de dos variables.

$$\text{Minkowski}(X,Y) = \left[\sum_i |X_i - Y_i|^p \right]^{1/p}$$

donde p es cualquier número entero positivo.

f) **Personalizada.** También basada en la distancia euclídea. Esta es la raíz de orden r de la suma de las potencias de orden p de los valores absolutos de las diferencias entre los valores de las variables.

$$\text{Power}(X,Y) = \left[\sum_i |X_i - Y_i|^p \right]^{1/r}$$

Bibliografía

- Barra, J. y W. Cunningham. (1985). "Research on the psychology of ageing: Principles, concepts and current issues". Barra y K.W. Schaie (editors). *Handbook of the psychology of ageing*. New York. Van Nostrand Reinhold.
- Elvira, María-Cristina (1998). *El envejecimiento y la vejez en España*. Santiago: UCA de INEDEC.
- Wallerstein, J. (1986). "The family and social structure in the life course". *Journal of Marriage and the Family*, 48, 639-655.

- Manly, Bryan F.J. (1986).** *Multivariate Statistical Methods. A primer.* New York. Chapman & Hall/CRC. 2^{da} edición.
- Myers, George C. et al. (2003).** “Patterns of disability change associated with the epidemiologic transition” en: J-M Robine *et al* (Edits.), *Determining Health Expectancies.* London. Wiley. Pp. 59-72.
- Neugarten, B. (1976).** *The Psychology of Ageing: An Overview.* American Psychological Association. Washington, D.C.
- Notestein Frank W. (1945).** “Population-The Long View”, en: *Food for the World*, editado por T.W. Schultz. Chicago: University of Chicago Press.
- Omran Abdel R. (1977).** “Epidemiologic transition in the US: The Health Factor in Population Change”. *Population Bulletin*, Vol. 32, núm. 2. Population Reference Bureau, Inc., Washington, DC.
- Omran Abdel R. (1971).** “The epidemiological transition: a theory of the epidemiology of population change”. *Milbank Memorial Fund Quarterly.* Núm. 49, pp. 509-538.
- Partida Virgilio (2004).** “La transición demográfica y el proceso de envejecimiento en México”, en *La situación demográfica de México.* México. CONAPO.
- Partida Virgilio y Rodolfo Tuirán (2001).** “Tamaño, dinámica y estructura de la población: tendencias y desafíos” en: Rodolfo Tuirán (Coord). *La Población de México en el nuevo siglo.* México. CONAPO.
- Plane David A. and Peter A. Rogerson (1994).** *The geographical analysis of population.* John Wiley & Sons, Inc.
- Social Security. (2006).** En *Encyclopædia Britannica.* Revisado el 26 de junio de 2006, en la Encyclopædia Britannica Premium Service: <http://www.britannica.com/eb/article?tocId=9378997>
- Solís, Patricio (1998).** “El ingreso a la cuarta edad en México: aproximación a su intensidad, calendario e implicaciones en el apoyo familiar y social de los ancianos”, en: Héctor Hernández y Catherine Menkes (coords.). *La Población de México al final del Siglo XX.* México DF. CRIM, SOMEDE, UNAM.
- Suzman, R. M. et al (1992).** *The Oldest Old.* New York. Oxford University Press.
- Thompson Warren (1929).** “Population”. *American Journal of Sociology.* 34: 959-75
- Tout, K. (1989).** *Ageing in developing countries.* Oxford University Press. New York.
- United Nations (2005).** *World Population Prospects, The 2004 Revision Population Database .* Revisado el 3 de mayo de 2006. <http://esa.un.org/unpp/>
- United Nations. Department of Economic and Social Affairs (DESA), Population Division (2001).** *World Population Ageing. 1950 – 2050 .* Revisado el 20 de abril de 2006. <http://www.un.org/esa/population/publications/worldageing19502050/index.htm>
- Universidad de Cádiz, Área de Informática (2002).** *SPSS.Guía para el análisis de datos.* Revisado el 30 de junio de 2006. <http://www2.uca.es/serv/ai/formacion/spss/Inicio.pdf>

US Census Bureau (2005). Historical Estimates of World Population. Revisado el 15 de julio de 2006.
<http://www.census.gov/ipc/www/worldhis.html>

Vera Bolaños Marta G (1999). *La teoría de la transición epidemiológica*. México. El Colegio Mexiquense. Revisado el 15 de marzo de 2006.
<http://www.cmq.edu.mx/docinvest/document/D137166.pdf>

Verbrugge, L. y A. M. Jette (1994). "The disablement process", en: *Social Science Medicine*, Vol. 38, No.1. Pergamon Press. UK.

Viscusi, W.K. (1979). *Welfare of the Elderly: An Economic Analysis and Policy Prescription*. New York. John Wiley and Sons.

Weeks John R. (2002). *Population. An introduction to Concepts and Issues*. Wadsworth Publishing Company. 8th edition.